PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23. 15. November 1907. 8. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 24 am 25. November 1907.

INHALT.

Vorträge und Diskussionen von der 79. Naturforscherversammlung zu Dresden:

J. Koenigsberger, Über die Elektrizitätsleitung in festen Körpern und die Elektronentheorie derselben. S. 833.

G. Helm, Die kollektiven Formen der Energie. S. 836.

F. Löwe, Über einen Spektralapparat mit fester Ablenkung. S. 837.

A. Sommerfeld, Ein Einwand gegen die Relativtheorie der Elektrodynamik und seine Beseitigung. S. 841.

H. Lehmann, Über die direkten Verfahren der Farbenphotographie nach Lippmann und Lumière. S. 842.

W. Scheffer, Über mikroskopische Untersuchungen der Schicht photographischer Platten. S. 849.

W. Scheffer, Über den photographischen Unterricht an den Universitäten. S. 849.

H. Siedentopf, Über künstlichen Dichroismus von blauem Steinsalz. S. 850.

W. Gaede, Demonstration einer neuen Verbesserung an der rotierenden Quecksilberluftpumpe. S. 852.

M. Laue u. F. F. Martens, Bestimmung der optischen Konstanten von glühenden Metallen aus der Polarisation der seitlich emittierten Strahlung. S. 853.

E. Hoppe, Die Verdienste L. Eulers um die Optik. S. 856.

R. Gans, Euler als Physiker. S. 858.

H. E. Timerding, Eulers Arbeiten zur Schiffsmechanik. S. 865.

A. Schreiber, Über die Bestimmung der Seehöhen bei Ballonfahrten durch mechanische Quadratur. S. 869.

F. Linke, Über die Arbeiten des Samoa-Observatoriums. S. 871.

R. Börnstein, Zur Geschichte der hundertteiligen Thermometerskala. S. 871.

E. Herrmann, Über tatsächliche vieltägige Perioden des Luftdruckes. S. 874.

M. Grübler, Neue Elastizitäts- und Festigkeitsversuche. S. 879.

Besprechungen:

G. Benischke, Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. S. 879.

Personalien. S. 880.

Gesuche. S. 880.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 79. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU DRESDEN.

Joh. Koenigsberger (Freiburg i. Br.), Über die Elektrizitätsleitung in festen Körpern und die Elektronentheorie derselben.

Eine Anzahl fester chemischer Verbindungen leitet den elektrischen Strom, ohne daß hierbei eine elektromotorische Gegenkraft, die größer als $^1/_{10\,000}$ Volt wäre, auftritt und ohne daß irgendwelche Produkte der Elektrolyse (in 3,5 Amperestunden bei Bleiglanz (Mönch), in 2 Amperestunden bei Zinnstein (Reichenheim), noch nicht 1 Milligramm) nachzuweisen sind. Die Leitung ist also nicht das, was seit Faraday als elektrolytische Leitung bezeichnet wird. Diese Tatsache war auch schon Faraday[1]) bekannt und die Untersuchungen von Hittorf bestätigten, daß mit zwei Ausnahmen (Cu_2S und Ag_2S) alle undurchsichtigen Oxyde und Sulfide metallisch leiten.

Gleichwohl hat man später wegen des negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes vielfach angenommen, daß diese Substanzen sog. feste Elektrolyte seien. Doch die Beobachtung von Guinchant, Streintz, van Aubel u. a. bewiesen aufs neue den metallischen Charakter der Leitung dieser Substanzen und zeigten, daß einige der Verbindungen einen positiven Temperaturkoeffizienten von der Größe der Metalle besitzen (vgl. die interessanten Sätze von Streintz). Daß Silberglanz auch keine Ausnahme bildet, konnte O. Weigel nachweisen. Für Kupfersulfür hat er es nach Ansicht des Vortr. ebenfalls sehr wahrscheinlich gemacht, wenn auch noch einzelne Punkte der Aufklärung bedürfen, wie Baedeker hervorhebt. Weigel konnte ferner die Ursache für die von Braun u. a. studierten eigenartigen Erscheinungen: unipolare Leitung, Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke und für die manchmal auftretende Elektrolyse auffinden; es ist der chemisch direkt nachweisbare Wassergehalt (und nach Beobachtung des Vortr. auch Wasser- oder hydroxylhaltige Verbindungen) in manchen porösen Kristallindividuen. Verfolgt man an geeignetem Material (brauchbar sind nur gute natürliche Kristalle oder aus Schmelzfluß erstarrte Stücke, dagegen nicht Pulver wegen ihrer Kohärerwirkungen und des Zusammensinterns) die Abhängigkeit des Widerstandes mit der Temperatur, so kann man, wie O. Reichenheim und der Vortr. zeigten[1]), diese durch eine Formel darstellen. Diese lautet:

$$w = w_0\,(1 + \alpha t \pm \beta t^2)\, e^{-q\frac{t}{(t+273)\,273}},$$

hierin sind α und β von derselben Größe wie bei Metallen, also α etwa $^1/_{273}$, β liegt zwischen + und −0,000009, q ist eine positive Größe, w_0 ist der Widerstand bei 0°. Die Formel hat also eigentlich nur eine ganz willkürliche Konstante, nämlich q. Gleichwohl lassen sich die Messungen, die ohne Kenntnis der Formel vorgenommen wurden, innerhalb der Fehlergrenzen darstellen. Als Beispiele sind (loc. cit.) Eisen-

1) Bezügl. der Literatur vgl. Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **4**, 158, 1907.

1) Diese Zeitschr. **7**, 570, 1906 u. Jahrb. f. Radioakt., loc. cit.

glanz (2 Arten), Markasit, Pyrit, Bleiglanz gegeben. Der manchmal etwas große Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung ist auf die systematischen Fehler, auf schlechten Kontakt und Ungenauigkeiten in der Messung kleiner Widerstände usw. zurückzuführen. Schilling und der Vortr. haben jetzt Versuche unternommen, um an einigen Substanzen mit möglichster Genauigkeit die Formel zu prüfen. Die theoretische Ableitung läßt, wie loc. cit. dargelegt, als möglich erscheinen, daß q nicht streng konstant ist. Vom Standpunkt der Elektronentheorie läßt sich die Formel aus der Abdissoziation der Elektronen vom Atom des Metalloxyds, Sulfids oder Metalles erklären. Der Vortragende nimmt in Übereinstimmung mit J. Stark an, daß ein solches Atom aus der Kombination positivem Metallion bzw. Metalloxydion und negativem Elektron besteht, welch letzteres frei und frei beweglich sein kann, während das erstere im festen Zustand dem Raumgitter angehört. Mit der Temperatur verschiebt sich das Gleichgewicht nach der aus dem 2. Hauptsatz folgenden Formel $\frac{\partial K}{\partial T} = \frac{q}{2T^2}$ und hieraus folgt unter der Annahme monomolekularer Reaktion jedenfalls für die Konzentration c der Elektronen oder für deren Zahl N im ccm: $N = N_0 e^{-\frac{q}{T}}$. Gleichgültig, welche Elektronentheorie wir zugrunde legen, ist die Leitfähigkeit σ proportional N: $\sigma = A \cdot N_0 e^{-\frac{q}{T}}$. A ist eine Funktion der Temperatur, wir setzen sie $= A_0 \ (1 - \alpha t + \beta t^2)$[1]), woraus für w die oben angegebene Formel folgt. Gibt es mehrere freie Elektronenarten, so wird

$$w = w_0 (1 + \alpha t \pm \beta t^2) \sum_{m=1}^{m=n} e^{-q_m \frac{t}{(t+273)\,273}}.$$

Diese Formel würde natürlich stets viel besser stimmen, als die mit einer willkürlichen Konstanten. Doch die in folgendem zu besprechende Tatsache, daß die elektropositiven Elemente Leiter, die elektronegativen Isolatoren sind, läßt sich einwandfrei nur durch die Existenz freier negativer Elektronen erklären.

Die Formel ergibt für niedere Temperaturen im „Dissoziationsfeld", einen großen negativen Temperaturkoeffizienten, der kleiner wird und bei einer bestimmten (aus q zu berechnenden) Temperatur gleich 0 wird. Dieser Punkt sei „Umkehrpunkt" genannt. Oberhalb wird der Koeffizient positiv und hat dieselbe Größe wie für Metalle bei gewöhnlicher Temperatur: das „Metallfeld". Für reinen Pyrit, Magnetit, Magnetkies liegen beide Felder innerhalb bequem erreichbarer Temperaturen. Sehr nahe liegt die Frage, ob die oben entwickelte Anschauung nur für einige Oxyde und Sulfide gültig ist. An anderer Stelle ist ausführlicher erörtert, als hier geschehen kann, daß die oben gegebene Formel wahrscheinlich das allgemeine Widerstandsgesetz aller festen Körper, die nicht Salzcharakter besitzen, darstellt. Lord Kelvin hat die Ansicht geäußert, daß der Widerstand der Metalle beim absoluten Nullpunkt unendlich wird. Die Messungen von Dewar und Fleming galten als Hauptstütze der entgegengesetzten Ansicht, wonach der Widerstand gleich 0 wird, bis Dewar selbst zeigte, daß die Temperatur des siedenden Wasserstoffes unter dieser Annahme mit dem Platinwiderstandsthermometer gemessen, um 14° zu hoch gefunden wird.

Seitdem haben die Messungen von Meilink, Kamerlingh Onnes und Clay gezeigt, daß für Platin der Umkehrpunkt bei etwa −258° und für Gold bei −265° liegen muß. Für andere Metalle fehlen noch die Messungen. Bei Antimon dürfte dieser Punkt erheblich höher und daher besser erreichbar liegen. Die hier dargelegte Formel ergibt darnach, daß bei den meisten Metallen oberhalb von −200° fast alle freien Elektronen schon abdissoziiert sind, ihre Zahl daher praktisch konstant bleibt. Die Theorien von J. J. Thomsen, Drude und Lorentz würden dann allerdings Abhängigkeit des Widerstandes Prop. $\sqrt{T}$ ergeben. Die tatsächlich vorhandene angenäherte Proportionalität mit T dagegen könnte kaum durch Bindung von Elektronen mit steigender Temperatur erklärt werden (Abnahme der Valenz mit steigender Temperatur). Dem Vortragenden scheint vielmehr, daß die Weglänge mit steigender Temperatur wesentlich abnimmt[1]) und hierin die Erklärung zu suchen ist. Das oben Gesagte bezieht sich auf alle Elemente, die in einer Verbindung sich elektropositiv verhalten, d. h. in wäßriger Lösung eine oder mehrere negative Ladungen freigeben können, sich mit der elektrisch negativen Hydroxylgruppe vereinigen und Basen bilden. Dieselbe Formel gilt wahrscheinlich auch noch für den Widerstand der metallischen Modifikationen der Halbmetalle. Diese zeigen schon deutlich den Übergang zu den ausgesprochen elektronegativen Elementen, die keine negativen Elektronen freigeben und daher im festen Zustand Isolatoren sind. Untersucht sind Graphit und neuerdings, worüber später berichtet werden soll, Silicium, Titan, Zirkon. Bei allen läßt sich der Widerstand durch die obige Formel darstellen. Der Umkehrpunkt liegt für Graphit oberhalb 800°. R. v. Haßlinger hat ihn für Glühlampenfäden

1) Das entspricht, wie loc. cit. dargelegt, der Annahme, daß die freie Weglänge etwas mit steigender Temperatur abnimmt.

1) Vgl. loc. cit. S. 182.

bei „starker Weißglut" gefunden. Die Dissoziationswärme q scheint in dieser Reihe mit steigendem Atomgewicht abzunehmen. Ob dies eine allgemeine Regel ist, die in Zusammenhang mit der Radioaktivität der schwersten Elemente steht, müssen spätere Untersuchungen zeigen. Dieselbe Regel gilt auch noch für die elektronegativen Schwefel, Selen, Tellur, vermutlich auch für Chlor, Brom, Jod.

Daß einigermaßen reine durchsichtige Oxyde ebenfalls nur metallisch leiten, hat F. Hortom auf Veranlassung von J. J. Thomson an Quarz, Calciumoxyd usw. und haben Godwin und Mailey besonders sorgfältig an ganz reiner Magnesia festgestellt. Bei niedrigen Temperaturen lagert sich über die äußerst geringe Elektronenleitung solcher kristallisierter Oxyde die weit stärkere elektrolytische eingeschlossener Salzlösungen, die von Warburg und Curie an Quarz studiert wurde und in Quarzglas die des in Spuren beigemengten Natriumsilikats.[1]) Bei Gemengen von Oxyden, die z. T. wie MgO bzw. Co_2O_3 oder Y_2O_3 und ZrO_2 als Salz verbunden sein werden, kommt neben der Elektronenleitung noch geringe elektrolytische Leitung in Betracht (Messungen von Nernst, Reynolds, Bose), dagegen nach dem oben Dargelegten wahrscheinlich nicht bei Gemengen von ZrO_2 mit TiO_2 oder SiO_2, die alle Säuren sind. Bei niedrigen Temperaturen, wo die Elektronenleitung sehr gering ist, kann auch in letzterem Fall infolge Beimengung von Salzspuren, die elektrolytische Leitung stark hervortreten.[2])

Unentschieden ist noch, welcher Art die Leitung bei reinen wasserfreien kristallisierten Salzen ist. Amorphe Salze leiten auch im scheinbar festen Zustand elektrolytisch, so alle Silikatgläser. Wie bei Gemengen von metallisch leitenden Substanzen, die keine Salze miteinander bilden, sich die Leitfähigkeit aus der der Bestandteile berechnen läßt, bedarf einer eingehenden theoretischen Untersuchung.[3]) Daß die Weglänge der Elektronen äußerst klein ist, zeigt uns das Verhalten einer 1 μ dicken Glimmerschicht zwischen Metallelektroden. Vermutlich wird sich daraus der hohe Widerstand der Metallegierungen mit Mischkristallen ohne Thermokräfte der Volumelemente erklären lassen. Flüssige Metalle verhalten sich wie feste. Skaupy hat die Elektrizitätsleitung in verdünnten Amalgamen elektronentheoretisch aus Ostwalds Verdünnungsgesetz erklären können.

Die hier dargelegte Formel bietet auch deshalb Interesse, weil die in allen Theorien vorkommende und unbestimmt gelassene Abhängigkeit der Elektronenzahl von der Temperatur jetzt dadurch gegeben ist. Zunächst ist allerdings noch eine Größe in den Formeln der Elektronentheorie unbekannt, nämlich N_0 bzw. das häufiger vorkommende $\frac{N_0'}{N_0''}$. Die nächstliegende Annahme, die z. B. Drude in seiner Dispersionstheorie macht, ist $\frac{N_0'}{N_0''} = \frac{A'' \cdot d' \cdot v'}{A' \cdot d'' \cdot v''}$, worin A Atomgewicht, d Dichte, v Valenz bedeuten. Unter dieser Voraussetzung folgt aus den Formeln für die elektrische Leitfähigkeit, daß die Weglänge in Eisenglanz und Graphit etwa 0,001, in Pyrit und Markasit etwa 0,0004 von der des Kupfers wäre. Es scheint aber, wie a. a. O. dargelegt werden soll, daß für das Gesetz der Zusammenstöße nicht die einfachen Annahmen der kinetischen Gastheorie gültig sind. Man ersieht das schon aus der Tatsache, daß die Konstante des Wiedemann-Franzschen Gesetzes weder genau mit dem Zahlenfaktor von Drude noch mit dem strenger abgeleiteten von Lorentz stimmt. Schilling und der Vortr. haben für eine Reihe von Beispielen Thermokraft und Peltierwärme unter obigen Annahmen nach Lorentz und Drude berechnet. Eisenglanz—Kupfer: E beob. +0,000314; ber. nach Lorentz 0,000453, nach Drude 2 mal so groß, Platin—Kupfer: E beob. 0,000007, ber. 0,00002. Die Übereinstimmung ist nur der Größenordnung nach da.

Beachtenswert ist, daß Peltierwärme: Thermokraft nach unseren Annahmen =

$$\frac{{}^2/_3 \left(\frac{\alpha}{e}\right) i \left(T \log \frac{N_0'}{N_0''} + q'' - q' \right)}{- {}^2/_3 \left(\frac{\alpha}{e}\right) [T'' - T'] \left(\log \frac{N_0'}{N_0''} + (q'' - q') \log \frac{T''}{T'} \right)}$$

wird, also für Metalle (Substanzen mit sehr kleinen q) $= -\frac{i \cdot T}{T'' - T'}$ ist, also unabhängig vom Material. Dies stimmt in der Tat mit den Messungen von Le Roux, Jahn u. a. Für Kupfer—Eisen fand Jahn $T/E = 301{,}6$, für Silber $= 227$, während aus unserer Formel für dieselben Temperaturen für beide 273 folgt. Le Roux fand für eine Reihe von Metallen noch eine weit bessere Konstanz. Wenn also die elektronentheoretischen Formeln für Thermokraft und Peltierwärme für jede einzeln nicht gut stimmen, so liegt das z. T. an dem Zahlenfaktor, z. T. aber wahrscheinlich an der nicht zutreffenden Berechnung von N_0. Für die Thomsonwärme ergibt sich nach Drude und unserer Annahme

$$Q = -\frac{\alpha}{e} i d T \left({}^2/_3 \frac{q}{T} + 1 \right),$$

1) Vgl. loc. cit. S. 173.
2) Vgl. loc. cit. S. 175 u. 192.
3) Es sei hier nur auf die sehr interessanten eingehenden Untersuchungen von W. Guertler, Zeitschr. f. anorg. Chemie **54**, 58, 1907, hingewiesen.

nach Lorentz und unserer Annahme

$$Q = -\frac{\alpha}{e} id T\left(\tfrac{2}{3}\frac{q}{T} - 1\right),$$

während die Beobachtungen auf einen Zahlenfaktor $-0{,}05$ statt $+1$ (Drude) oder -1 (Lorentz) hinweisen. Diese Folgerungen sowie die Anwendungen auf optischem Gebiet sollen a. a. O. ausführlich diskutiert werden.

(Eingegangen 2. Oktober 1907.)

Diskussion.

Nernst (Berlin): Der Vortragende hat auch die Frage der elektrolytischen Glühstifte gestreift und die Meinung ausgesprochen, daß es sich da nicht um eine rein elektrolytische Leitung handelt. Ich habe auf diesem Gebiet viel gearbeitet und auch manche Beobachtungen gemacht, die ich noch nicht veröffentlicht habe. Auf Grund derselben möchte ich der Meinung des Herrn Vortragenden zustimmen, was die sehr hohen Temperaturen betrifft; aber bei tieferen Temperaturen haben wir es doch zweifellos mit Elektrolyse zu tun. Etwa bei 1400 bis 1500^0 kann sie sehr leicht und direkt dem Auge sichtbar gemacht werden. Bei 2000^0 etwa tritt sie wohl sehr in den Hintergrund, sie beträgt da vielleicht nur $1\,{}^0/_{00}$ der gesamten Leitfähigkeit. Es tritt da ferner eine merkwürdige Tatsache auf, die noch nicht genügend betont ist. Es ist nämlich ziemlich gleichgültig, was für ein Oxyd oder Oxydgemisch man nimmt, bei 2000^0 und darüber hat man bei allen Oxyden oder Oxydgemischen annähernd dieselbe Leitfähigkeit; auch das spricht dafür, daß es sich da nicht um eine elektrolytische Leitfähigkeit handelt.

Koenigsberger: Den Ausführungen des Herrn Vorredners kann ich mich im wesentlichen anschließen. Meine Ausführungen beziehen sich nur auf reine Oxyde. Mir scheint, daß ein Unterschied zwischen einem Oxyd mit weniger als 3 Proz. Beimengungen und Gemengen von Oxyden wie MgO, Co_2O_3, Y_2O_3 (Basen) und ZrO_2, SiO_2 (Säuren), die zusammen ein Salz bilden, besteht.[1]) F. Horton, der im Laboratorium von J. J. Thomson die Leitfähigkeit von Quarz, Baryumoxyd, Magnesiumoxyd usw. bestimmte, und Godwin und Mailey, die MgO untersuchten, konnten bei höherer Temperatur, selbst mit den feinsten Mitteln[2]), keine Spuren von Elektrolyse oder Polarisation wahrnehmen.

1) Bei niedriger Temperatur wird auch bei einheitlichen, einigermaßen reinen amorphen Substanzen, falls sie äußerst geringe Elektronenleitung haben, in Übereinstimmung mit der Ansicht des Herrn Vorredners, die elektrolytische Leitung, selbst schwacher Beimengungen die Elektronenleitung verdecken.

2) Untersuchung der Druckvermehrung im Vakuum bei Stromdurchgang durch Oxyde. Hierbei wurde noch nicht der $^1/_{20000}$ Teil von dem O_2 frei, der nach Faradays Gesetz hätte abgeschieden werden sollen.

G. Helm (Dresden), Die kollektiven Formen der Energie.

Kollektivgegenstände, wie sie zuerst Fechner betrachtet hat und wie sie seit Jahrzehnten, vorzüglich in biologischer Absicht, untersucht werden (z. B. die Körperhöhe des deutschen Soldaten, oder die Zahl der Strahlblüten von Chrysanthemum leucanthemum), sind der Physik nur dem Namen, nicht der Sache nach fremd. Neben den am gründlichsten behandelten physikalischen Kollektivgegenstand, die Energie des Gases nach der Auffassung der kinetischen Gastheorie, hat Planck neuerdings die Energie der Strahlung gestellt. Aber auch der Gegenstand der praktischen Hydraulik, das fließende Wasser, bietet uns, ebenso wie die Erscheinungen der Reibung, des Erddrucks, der Elastizität und Festigkeit, der elektrischen Entladungsformen, die Aufgabe dar, außer dem gewöhnlich allein beachteten Mittelwert der Energie oder eines ihrer Bestimmungsstücke noch die für jeden Kollektivgegenstand charakteristische, neuerdings von Bruns mathematisch durchgearbeitete Art und Weise, wie die Einzelwerte um den Mittelwert verteilt sind, ihre Streuung, quantitativ festzustellen. Ja, wenn man das atomistische Bild von den molekularen Vorgängen abstreift, stellen auch diese Kollektivenergie dar, das Resultat vieler, in den einzelnen Raum- und Zeitteilen verschiedenen einfachen Energieformen. „Was wir über einen Körper wissen, kann im allgemeinen am genauesten und einfachsten beschrieben werden, indem wir sagen, daß er willkürlich aus einer großen Anzahl von Körpern herausgegriffen ist, die ihrerseits vollkommen bestimmt sind" (Gibbs).

Stellen wir uns also vor, daß ein Körper K eine gewisse Energieform in sehr mannigfachen Zuständen aufzunehmen vermag, d. h. also, daß verschieden große Intensitäten i von gleicher Art in ihm bestehen können, auf die die Energiebeträge dE, die ihm zugehen, gelangen. Dabei mögen die im Körper K vorhandenen Intensitäten sowohl von Ort zu Ort verschieden sein, als auch am selben Ort zeitlich schnell wechseln, beides aber in völlig ungeordneter Weise. Dann ist $dE : i = dm$ die Änderung der Extensität der in Betracht gezogenen Energie dE.

Ist nun die Energieform, der die Elementarenergie angehört, aus einem Körper K', in dem

diese Elementarenergie auf der Intensität i' stand, auf K übergegangen, so ist nach dem Intensitätsgesetz $i<i'$, wenn dE positiv ist; bei negativem dE aber ist $i>i'$. Hieraus folgt, daß stets

$$dE:i > dE:i'$$

außer im Grenzfalle $i=i'$ und daß daher, während die Kollektivenergie ΣdE durch reinen Übergang von K' auf K gelangt, stets

$$\Sigma(dE:i) > \Sigma(dE:i').$$

Der Mittelwert $\mathfrak{F}$, der sich aus

$$\Sigma(dE:i') = (\Sigma dE):\mathfrak{F}$$

mathematisch ergibt, erweist sich auch physikalisch definiert, sowohl in dem Falle, daß die Kollektivenergie in K' nur als eine geringe Störung eines durch Ausgleichung entstandenen Gleichgewichtszustandes erscheint, wie bei den Wärmespeichern des Carnotschen Prozesses, als auch in dem Falle, daß die Kollektivenergie des Körpers K' nicht zum Ausgleich kommt, sondern sich in ihrem Kollektivzustande erhält, wie die Wärme nach der kinetischen Hypothese. Man erhält jedenfalls

$$\Sigma(dE:i) > (\Sigma dE):\mathfrak{F}.$$

Die linke Seite der Ungleichung ist nun, was man als Änderung dS der Entropie bezeichnen könnte, die im Körper K der Energieform E zukommt,

$$\Sigma\frac{dE}{i} = \Sigma dm = dS,$$

und es folgt dann aus

$$dS > \frac{\Sigma dE}{\mathfrak{F}}, \quad \Sigma dE < \mathfrak{F}\cdot dS$$

in bekannter Weise, daß S eine stets wachsende Funktion der den Kollektivzustand des Körpers K bestimmenden Parameter ist, wenn K ein isoliertes System darstellt.

Es wird hieraus ersichtlich, daß die aus der Thermodynamik bekannte Behandlung der Entropie nicht auf die Energieform der Wärme beschränkt ist. Die Wärme nahm bisher energetisch eine Ausnahmestellung ein, insofern nur ihr eine Entropiefunktion zukam, die im Zeitlauf wächst. Das ist aber eine Eigenschaft jeder kollektiven Energie, und jeder nicht umkehrbare Vorgang ist durch das Auftreten kollektiver Energie charakterisiert.

Wie einst durch die Einführung örtlich und zeitlich periodischer Schwankungen Akustik und Optik ihren festen Boden gewannen, so scheint jetzt die Beachtung örtlich und zeitlich ungeordneter Schwankungen durch die Entwickelung der Wissenschaft an die Hand gegeben zu sein.

Ungeordnete Bewegungen sind ja schon wiederholt in Betracht gezogen worden, zuletzt und am gründlichsten von Gibbs in seiner statistischen Mechanik. Aber die Planecksche Behandlung der Strahlungsenergie beweist, daß man sich nicht auf die mechanische Auffassung der kollektiven Energien beschränken darf, und die Energetik gestattet ohne weiteres, diese Fessel abzulegen.

(Eingegangen 17. September 1907.)

F. Löwe (Jena), Über einen Spektralapparat mit fester Ablenkung. [1])

Ein Spektralapparat mit fester Ablenkung, d. h. mit unbeweglichem Fernrohre, ist einem mit drehbarem Rohre vorzuziehen, wenn der Spektralapparat einen Teil einer größeren Versuchsanordnung bildet, deren andere Teile an der Bewegung des drehbaren Fernrohres nicht wohl teilnehmen können. So wird z. B. vor den Spektralapparaten von höchster Leistungsfähigkeit, wie Michelsons Interferometer, und Lummer und Gehrckes Interferenzspektroskop, zweckmäßig ein Spektroskop angeordnet, das zu einer vorläufigen Zerlegung des Lichtes dient; in gleicher Weise empfiehlt es sich, bei der Bestimmung der anomalen Dispersion vorzugehen. Ferner sei an die Aufgabe erinnert, ein auf dem Objekttische eines Mikroskops liegendes Präparat der Reihe nach mit dem Lichte einzelner Spektralbezirke zu beleuchten. Schließlich kann ein festarmiges Spektroskop im Okulartubus eines astronomischen Fernrohres gute Dienste leisten.

Die Grundlage für die Konstruktion eines jeden Spektralapparates bildet das Dispersionssystem, im vorliegenden Falle also ein Prisma oder Prismensystem, das, wenn es gedreht wird, der Reihe nach jede Farbe um denselben Betrag ablenkt.

Das einfachste Prisma von dieser Eigenschaft ist das 30^0-Prisma mit versilberter Rückfläche; für die Verwendung im ultravioletten Teile des Spektrums leidet jedoch dieses Abbe-Littrowsche Prisma an dem Mangel, daß Silber für Strahlen der Wellenlängen um 3200 AE so gut wie durchsichtig ist.[2]) Die reflektierende Silberschicht durch ein 90^0-Prisma mit zwei Totalreflexionen und mit horizontal gelegten Kanten zu ersetzen, wäre sehr kostspielig.

Daher schied, als wir vor anderthalb Jahren durch Hrn. Geheimrat Voigt in Göttingen vor die Aufgabe gestellt wurden, einen Monochromator für ultraviolettes Licht zu bauen,

1) Auszugsweise abgedruckt aus der Zeitschrift für Instrumentenkunde **27**, 271, 1907 mit Genehmigung von deren Redaktion und Verlag.

2) Vgl. z. B. E. Hagen und H. Rubens, Das Reflexionsvermögen einiger Metalle für ultraviolette und ultrarote Strahlen. Zeitschr. f. Instrum. **22**, 42, 1902; daselbst finden sich ausführliche Literaturangaben für diese Tatsache.

das Prinzip der Autokollimation aus, und es mußte ein Prisma für durchfallendes Licht mit fester Ablenkung der Konstruktion zugrunde gelegt werden. Als solches bot sich das Abbesche Prisma mit einer inneren totalen Reflexion dar (Fig. 1), das man in ganz allgemeiner Form, ohne Beschränkung auf einen bestimmten Betrag der Ablenkung, in einer der ersten Abhandlungen Abbes über die Theorie des Mikroskops[1]) beschrieben findet. Auf dieses Prisma gründet sich die Konstruktion des zu beschreibenden Spektralapparates, der einen Monochromator, ein Spektroskop und einen Spektrographen in sich vereinigt und als „festarmiger Spektralapparat" bezeichnet werden soll. Um die Wirkungsweise des Abbeschen Prismas zu verstehen, wollen wir es aus drei Teilen entstehen lassen. Angenommen, das Prisma solle die Dispersion eines 60°-Prismas und die feste Ablenkung ε für jede Farbe haben. Um diese Forderungen zu erfüllen, genügt ein Reflexionsprisma und zwei 30°-Flintprismen; das Reflexionsprisma BCE muß für senkrechten Eintritt und Austritt des Lichts berechnet sein, wobei die Eintritts- und Austrittsflächen CB und CE den Winkel $BCE = \varepsilon$ miteinander bilden. An dieses Prisma werden die 30°-Prismen so angelegt, wie Fig. 1 es zeigt. Betrachten wir nun einen Strahl, der im Inneren des Prismas senkrecht zu BC und, nachdem er an BE reflektiert ist, senkrecht zu CE verläuft, so bildet dieser Strahl mit den Flächen AB und AD je einen Winkel von 60° wie ein symmetrisch durch ein 60°-Prisma gehender Strahl. Ein solcher Strahl wird beim Eintritt in die Fläche AB im Sinne des Uhrzeigers um ebensoviel abgelenkt wie bei seinem Austritt aus CD entgegen dem Uhrzeiger; d. h. die durch Brechung des Lichts erzeugten Ablenkungen heben sich gegenseitig auf, und es verbleibt nur die Ablenkung durch Reflexion, und diese hat den Wert $\measuredangle BCE = \varepsilon$. Diese Betrachtung ist von der Wellenlänge des Lichts gänzlich unabhängig, gilt also für alle Farben; d. h. ein solches Prisma hat eine feste Ablenkung für alle Farben, wenn man nur durch Drehen des Prismas dafür sorgt, daß jede Farbe mit der Eintrittsfläche im Prisma einen Winkel von 60° einschließt, mit anderen Worten, daß jede Farbe unter demselben Winkel in das Prisma eintritt, den es bei symmetrischem Durchgange durch ein 60°-Prisma von demselben Glase mit der Eintrittsfläche in Luft bilden würde. Das Reflexionsprisma BCE kann aus beliebigem Glase sein; aus einem anderen Glase wie die 30°-Prismen wird man es jedoch nur dann anfertigen, wenn die für die Dispersionsprismen verwendete Glassorte eine zu starke Absorption im Violett aufweist. In allen anderen Fällen vereinigt man die drei Prismen zu einem einzigen. Die Fig. 1 und 2 zeigen,

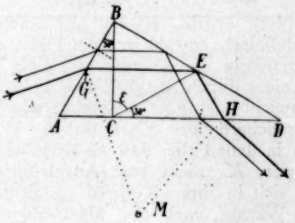


Fig. 1. Abbesches Prisma mit konstanter Ablenkung.

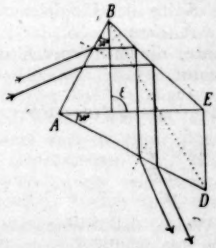


Fig. 2.

Pellin und Brocas Prisma mit konstanter 90°-Ablenkung. Das Dreieck ABD stellt ein Abbesches Prisma von gleicher Öffnung und gleicher Dispersion dar, aber mit 60°-Ablenkung.

zu welchen Formen man kommt, wenn man die Ablenkung ε zu 60° oder 90° festsetzt. Das Abbesche Prisma mit fester 60°-Ablenkung ist bei gleichem Querschnitte des ohne Abblendung hindurchgehenden Strahlenbüschels kleiner und leichter als ein entsprechendes Prisma mit 90°-Ablenkung; dafür ist die Summe der plan zu polierenden Flächen an dem 90°-Prisma etwas kleiner. Wegen der größeren Masse des 90°-Prismas wird man bei wertvollem Materiale dem 60°-Prisma den Vorzug geben. So ist z. B. auch der „festarmige Spektralapparat" mit 60°-Prismen ausgerüstet worden und zwar mit zwei solchen Prismen. Ein Prismenpaar bietet neben der Verdopplung der Dispersion noch den Vorteil, daß bei richtiger Anordnung der Prismen das Fernrohr dem Kollimator parallel ist; dies vereinfacht die Aufstellung des

1) E. Abbe, Gesammelte Abhandlungen, Jena, G. Fischer 1904. Bd. 1. Erste Abhandlung: Über einen Spektralapparat am Mikroskop. S. 4; abgedruckt aus der Jen. Zeitschr. f. Medizin und Naturwissensch. **5**, 459—470, 1870. Anscheinend ohne Kenntnis von dieser Abbeschen Arbeit haben H. Goltzsch, Rep. d. Phys. **18**, 188—190, 1882, das Prisma mit 60°-Ablenkung und Ph. Pellin und A. Broca im Journ. de phys. **8**, 314, 1899 (vgl. das Referat in d. Zeitschr. f. Instr. **20**, 123, 1900) das Prisma mit 90°-Ablenkung als neu veröffentlicht. An der Priorität E. Abbes für beide Formeln ist jedoch kein Zweifel, da er die Formeln für Prismenwinkel und Ablenkung ganz allgemein herleitete.

Apparates im Zusammenhang mit anderen Instrumenten.

Für sichtbares Licht benutzt man ein Paar Flintprismen und ein Paar Glasachromate, für ultraviolettes Licht Quarzprismen und Quarzfluoritachromate. Einfache Quarzprismen sind wegen der bei keiner Lage der optischen Achse vermeidlichen Doppelbrechung hier nicht brauchbar; frei von Doppelbrechung ist aber ein bereits vor Jahren von R. Straubel angegebenes zweiteiliges Quarzprisma mit fester Ablenkung. Wie Fig. 3 zeigt, besteht es aus zwei rechtwinkeligen 30°-Prismen; die größere Kathete des kleinen Prismas ist mittels eines Tropfens Glyzerin an die kleinere Kathete des großen Prismas angelegt. Die optische Achse liegt beim kleinen Prisma parallel der Ebene der Kittfläche senkrecht zur brechenden Kante B, beim großen Prisma parallel den Prismenkanten; bei dem kleinen Prisma liegt also die Achse in der Einfallsebene, bei dem großen senkrecht zur Einfallsebene. Läßt man natürliches Licht einzeln durch Prismen treten, sodaß es aus der Kittfläche des ersten Prismas senkrecht austritt und in diejenige des zweiten senkrecht eintritt, so zeigt der weniger stark abgelenkte ordentliche Strahl beim Austritt aus dem ersten Prisma den entgegengesetzten Polarisationszustand wie beim Austritte aus dem zweiten Prisma; dasselbe gilt für den außerordentlichen Strahl. Dagegen läßt das durch beide aneinander gelegte Prismen gegangene Licht, mit dem Nicol betrachtet, keine Polarisation erkennen, und es ist keine Doppelbrechung bemerkbar.

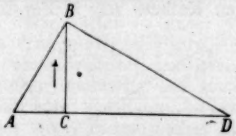


Fig. 3. Zweiteiliges Quarzprisma mit konstanter 60°-Ablenkung nach Straubel.
Lage der Achsen: im kleinen Prisma parallel BC, im großen Prisma senkrecht auf der Basis BCD.

Jedes Prisma muß sich um eine besondere Achse drehen; diese ist so zu wählen, daß das aus dem Kollimator tretende Strahlenbüschel, möglichst ohne etwas von seinem Querschnitte durch Vignettierung einzubüßen, voll in das Objektiv des Fernrohres eintritt. Die Mitte G der Eintrittsfläche AB des Prismas in Fig. 1 wird sich bei einer Drehung des Prismas gegen die Achse des eintretenden Strahlenbüschels seitlich am wenigsten verschieben, wenn die Achse des Strahlenbüschels Tangente an dem Kreisbogen ist, den der Mittelpunkt G beschreibt. Dasselbe gilt für den austretenden Strahl und den Mittelpunkt H der wirksamen Austrittsfläche; der geometrische Ort für den Drehungsmittelpunkt M ist also die in G auf dem eintretenden und die in H auf dem austretenden Strahle errichtete Normale. So wurde die Drehungsachse durch den Schnittpunkt der beiden, für die F-Linie berechneten Normalen gelegt. Die Forderung minimaler Vignettierung ist für das ganze sichtbare Spektrum befriedigend erfüllt, für das ultraviolette liegen noch keine Beobachtungen vor.

Als Drehungsachse dient für jeden Prismentisch ein konischer, mit nachstellbarer Mutter versehener Zapfen von reichlich 2 cm Länge; jeder Zapfen trägt einen Hebelarm. Diese werden durch eine Spiralfeder mit Stift in bekannter Weise gegeneinander und an die Spitze einer Mikrometerschraube gedrückt. Die mit Trommel und Umdrehungszähler versehene Mikrometerschraube (s. Fig. 4) dient dazu, das Spektrum durch das Gesichtsfeld des Fernrohres im Spektroskope oder am symmetrischen Spalte

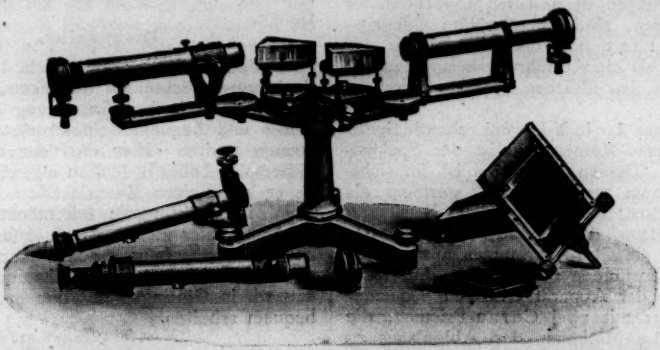


Fig. 4 (etwa 1/6 nat. Größe). Festarmiger Spektralapparat.

(vgl. Fig. 5) des Spaltrohres im Monochromator oder über die empfindliche Schicht in der Kamera des Spektrographen vorüberwandern zu lassen; man eicht sich die Mikrometerbewegung mit Spektrallinien bekannter Wellenlängen.

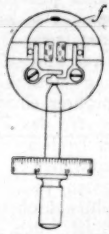


Fig. 5 (1/2 nat. Gr.). Symmetrischer Spalt. *f* ist eine gabelförmige Feder, die die Spaltbacken zusammendrückt.

Der festarmige Spektralapparat ist der vielseitigsten Verwendung fähig; es sollen hier zunächst nur seine Anwendungen als Monochromator, als Spektrograph und als Spektroskop in aller Kürze beschrieben werden.

Aus Kollimatorrohr, Prismensystem und Spaltrohr zusammengesetzt, stellt der Apparat einen Monochromator für sichtbares Licht dar; der Ausdehnung seines Bereichs auf das ultrarote und ultraviolette Spektralgebiet steht nichts im Wege, da die Prismen und Objektive leicht ausgewechselt werden können. Zur Eichung der Mikrometereinrichtung nach Wellenlängen wird man beim Arbeiten mit ultraviolettem Lichte dicht an den Spalt des Spaltrohres ein lineares Thermoelement bringen, um die im sichtbaren Gebiete des Spektrums begonnene Eichungskurve weiter in das Ultraviolett auszudehnen; in gleicher Weise wird man im Ultrarot verfahren. Bei der Mannigfaltigkeit der Anforderungen, die an einen Monochromator gestellt werden, sind das gewählte Öffnungsverhältnis 1 : 12,5 und die Dimensionen der Prismen nur als ein Ausführungsbeispiel zu betrachten, das den üblichen Spektrometern angepaßt ist.

Ersetzt man das in Y-Lagern ruhende Spaltrohr durch eine Kamera, so ist der Spektrograph fertig. Dessen Dispersion ist im sichtbaren Spektrum verhältnismäßig geringer als im ultravioletten; deshalb kann die Benutzung eines Telesystems, das sich ohne Fokusdifferenz leicht gegen die Glas-Achromaten austauschen läßt, unter Umständen ratsam sein. Im Ultraviolett dürfte der Apparat erheblich bequemer sein als einer mit zwei Cornu-Prismen, die einzeln in das Minimum der Ablenkung zu stellen sind, da man bei dem neuen Spektrographen durch die Mikrometerschraube jede Wellenlänge in die Achse des Objektivs, oder, was dasselbe ist, in die Mitte der Platte bringen kann.

Um den Spektralapparat als Spektroskop zu benutzen, tauscht man das Spaltrohr oder die Kamera gegen ein Fernrohr aus. Ist die Dispersion der zwei Prismen aus Schwerflint zu groß, so kann man eines der Prismen als Reflexionsprisma mit konstanter 60°-Ablenkung und mit senkrechtem Eintritt und senkrechtem Austritt benutzen, wobei ein Helligkeitsverlust durch partielle Reflexion durch die Versilberung der längeren Kathete *BD* in Fig. 6 vermieden

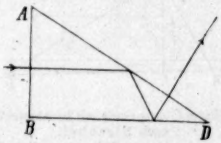


Fig. 6. Reflexionsprisma mit konstanter 60°-Ablenkung; die Fläche *BD* ist versilbert.

ist. Ist die Dispersion der zwei Prismen dagegen zu gering, so ersetzt man das Okular des Fernrohres durch ein Autokomillationsokular mit Spalt und schraubt auf das Objektivende des Kollimators einen justierbaren Planspiegel auf; alsdann hat man die Dispersion verdoppelt. Es ist bemerkenswert, daß die Eichung der Mikrometerschraube auch für diesen Fall der vier wirksamen Prismen gültig bleibt; man hat nur die Schraube auf die einer bestimmten Spektrallinie, etwa der *F*-Linie zukommende Stellung zu drehen und dann mittels einer bestimmten Justierschraube des Spiegels eben diese Linie auf den Schnittpunkt des Fadenkreuzes einzustellen.

Der Ausbau des festarmigen Spektralapparates zu einem Spektralphotometer ist im Gange.

Diskussion.

Rubens (Berlin): Bezüglich des ultraroten Spektrums möchte ich bemerken, daß man in der Wadsworthschen Anordnung ein sehr einfaches und bequemes Spektrometer mit festen Armen besitzt. Hier darf der reflektierende Silberspiegel ohne Bedenken angewendet werden, da er kaum einen Energieverlust herbeiführt.

Voigt (Göttingen): Ich möchte der Firma Zeiß auch hier meinen Dank dafür sagen, daß sie der von mir gegebenen Anregung in so schöner Weise entsprochen hat und bemerken, daß wir in Göttingen mit diesem Apparat sehr bequem arbeiten.

(Eingegangen 31. Oktober 1907.)

A. Sommerfeld (München), Ein Einwand gegen die Relativtheorie der Elektrodynamik und seine Beseitigung.

In der von Einstein auf dem Relativitätsprinzip aufgebauten Elektrodynamik ist Überlichtgeschwindigkeit unter allen Umständen unmöglich, sowohl als Konvektionsgeschwindigkeit einer Ladung, wie auch als Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elektrodynamischen Störung.[1]) Gegen die letztere Folgerung scheinen die Verhältnisse in anomal dispergierenden Medien zu sprechen, wie W. Wien gesprächsweise betonte. Hier haben wir für gewisse Wellenlängen jedenfalls Phasengeschwindigkeiten $> c$. Wir wollen — unter Vermeidung des Wortes Gruppengeschwindigkeit, das sich nicht ohne weiteres auf individuell bekannte, sondern vielmehr auf statistisch gegebene, natürliche Vorgänge bezieht, und im Anschluß an die Einsteinsche Terminologie — von Signalgeschwindigkeit sprechen und darunter diejenige Geschwindigkeit verstehen, mit der ein plötzlich einsetzendes Signal, d. h. eine Folge von elektrodynamischen Schwingungen bestimmter Wellenlänge, von einem Beobachter im Innern des dispergierenden Mediums wahrgenommen wird. Es wäre nach Einstein ein Widerspruch gegen die Relativtheorie, wenn diese Signalgeschwindigkeit unter irgendwelchen Umständen $> c$ sein könnte. Es zeigt sich nun, daß sie genau gleich c ist, wenn wir den Beobachter mit einem idealen, d. h. unendlich empfindlichen Detektor ausgerüstet denken, gleichviel ob das Medium normal oder anomal dispergiert, ob es isotrop oder anisotrop ist, ob es Leitungselektronen enthält oder nicht. Die Signalgeschwindigkeit und der Vorgang der Fortpflanzung überhaupt hat nichts mit der Phasengeschwindigkeit zu tun. Der Relativtheorie steht also von dieser Seite nichts im Wege.

Der Beweis läßt sich folgendermaßen führen: man stelle das auf das Medium senkrecht auffallende Signal als Funktion von t $f(t) = 0$ für $t < -T$ und für $t > +T$, $f(t) = \sin 2\pi/\tau$, für $-T < t < +T$) durch ein Fourierssches Integral dar; dann kennt man auch seine Ausbreitung in dem dispergierenden Medium nach dessen Normale x als Funktion $f(t, x)$ von t und x. Behandelt man das so entstehende Integral nach den Cauchyschen Methoden der komplexen Ebene, so zeigt sich, 1. daß $f(t, x) = 0$, wenn $t - x/c < -T$ ist[2]), 2. daß in dem Intervalle $-T < t - x/c < +T$ die Störung aus zwei Teilen besteht, einer erzwungenen, zeitlich ungedämpften Schwingung, entsprechend dem in der Phase verschobenen Signal, und einer gedämpften freien Schwingung der Elektronen, welche durch die Ankunft des Signals angeregt wurde, 3. daß für die Folgezeit $+T < t - x/c$ ein Rückstand von freier Elektronenschwingung verbleibt, bestehend ebenfalls aus zwei Teilen, der eine angeregt durch die Ankunft, der andere durch den Schluß des Signals.

1) Ann. d. Phys. **23**, 381, 1907.

2) In Übereinstimmung mit Überlegungen von M. Laue, Ann. d. Phys. **18**, 550, 1905.

Diskussion.

Wien (Würzburg): Ich danke Herrn Sommerfeld für die Bereitwilligkeit, mit der er sich dieser Berechnung unterzogen hat, und ich muß mich der Macht seiner mathematischen Analyse beugen, aber daß mir die Sache physikalisch klar geworden ist, kann ich doch nicht sagen. Denke ich mir die Anzahl der Wellenberge hier mehr und mehr vergrößert, so komme ich zu einem endlichen Wellenzug, den ich als Signal betrachten kann. Ein wirklich unendlicher Wellenzug geht mit Überlichtgeschwindigkeit (Sommerfeld: Nur die Phase, nicht die Energie). Wenn ich einen sehr langen Wellenzug habe, der Enden hat, so soll dieser nur mit Lichtgeschwindigkeit fortgehen und das ist mir nicht klar. Ich will nach der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle fragen, die hier in der Mitte liegt. Ist der Zug wirklich unendlich lang, geht sie mit Überlichtgeschwindigkeit; ist er nur sehr lang und hat Enden, so soll er mit Lichtgeschwindigkeit gehen oder mit Unterlichtgeschwindigkeit. Wenn die mathematische Analyse das gibt, so kann ich nichts dagegen sagen, aber klar ist es mir nicht. Es muß eben eine Wirkung der Wellenfront auf allen folgenden noch so entfernten Wellen stattfinden.

Braun (Straßburg): Wenn die Sache mathematisch durchgeführt ist, sollte doch auch ohne Mathematik ausgedrückt werden können, wo der springende Punkt ist.

Voigt (Göttingen): Ich glaube, daß man im Lichte der Elektronentheorie sich eine Vorstellung über die von Herrn Sommerfeld erhaltenen Resultate, wie es Herr Braun wünscht, wenigstens bis zu einem gewissen Grade bilden kann.

Die moderne Theorie der Dispersion und Absorption operiert mit der Annahme ausdehnungsloser, aber träger Massen der Elektronen, die in dem Äther eingelagert sind (oder auch ausgedehnter, durch die der Äther mit ungeänderten Eigenschaften sich hindurch erstreckt). Aus der Annahme der Trägheit folgt aber unmittelbar, daß diese Massen auf den Beginn einer Welle im Äther nicht einwirken können. Erst im Verlaufe derselben setzen sie sich in Bewegung und wirken nun rückwärts auf die Welle ein. Demgemäß ist mir

das Sommerfeldsche Resultat, daß die Front einer Welle sich unter allen Umständen mit der Lichtgeschwindigkeit des leeren Raumes fortpflanzt, auch keineswegs überraschend. Diese Fortpflanzung geschieht eben ganz wie im leeren Raum.

Wenn dann im weiteren Verlauf der Schwingungen die Formeln die der Substanz und Farbe individuellen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten signalisieren, so heißt das doch nur: die Bewegung während der Entwickelung der Welle weicht so von der genau periodischen ab, daß sich schließlich die Phase einstellt, die jener Geschwindigkeit entspricht. Nun dürfte eine genaue Prüfung zeigen, daß unsere Methoden, Lichtgeschwindigkeiten zu bestimmen, durchaus an die Phase anknüpfen, auch die Ablenkungsbeobachtungen, denn die Wellenebene ist ja die Ebene konstanter Phase. So gelangen wir zu Messungen von Lichtgeschwindigkeiten, die mit der Substanz und mit der Farbe des Lichtes variieren. Die Fortpflanzung eines einzelnen Wellenberges nehmen wir niemals wahr. Wir haben sogar kaum ein Mittel, einen solchen zu bezeichnen und im Verlaufe der Fortpflanzung wieder zu erkennen.

Wien: Ich möchte die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Mitte wissen.

Des Coudres: Das mathematische Bild eines Signals kann nie eine Sinusreihe, sondern immer nur ein bestimmtes Integral mit unendlichen Grenzen sein. Auch bei einem (in bestimmtem Zeitmoment beginnenden) unendlich lange dauernden Signal bleibt die Unsymmetrie in den Formeln gegenüber den beiderseits zeitlich ins Unendliche erstreckten Störungen bestehen. Nur für letztere haben Phase, Brechungsexponent und Fortpflanzungsgeschwindigkeit einen Sinn. Der bei der Diskussion als Schwanz bezeichnete Teil der Störung beginnt laut den Integralformeln schon mit Einsetzen des Kopfes physikalisch in Erscheinung zu treten.

(Eingegangen 30. Oktober 1907.)

H. Lehmann (Jena), **Über die direkten Verfahren der Farbenphotographie nach Lippmann und Lumière.**

Die zahlreichen Verfahren der Photographie in natürlichen Farben lassen sich im Grunde auf 3 einheitliche Prinzipien zurückführen:

Als erste erwähne ich die Verfahren, welche einem interessanten Vorgange in der Natur entlehnt sind, nämlich einer besonderen Art von Mimikry, dem Farbenanpassungsvermögen gewisser Tierarten an die Umgebung. Diese Verfahren, zu welchen z. B. das sogenannte Ausbleichverfahren gehört, sind praktisch noch vollkommen in der Entwicklung begriffen.

Ein Verfahren, welches den Kinderschuhen bereits zu entwachsen beginnt, ist das Interferenzverfahren nach Lippmann, welches theoretisch wohl die interessanteste und eleganteste Lösung des Problems darstellt.

Das dritte Prinzip endlich, welches der Dreifarbenphotographie zugrunde liegt, hat bisher allein in beträchtlichem Maße eine praktische Bedeutung erlangt, namentlich seitdem Lumière in Lyon das Problem der direkten Dreifarbenphotographie technisch als erster gelöst hat. —

Unter direkter Farbenphotographie verstehe ich ein Verfahren, mittels welchem man die richtigen Farben auf einer Platte und durch eine Aufnahme erhält. Die Verfahren nach den erwähnten 3 Prinzipien können also jetzt sämtlich als direkte Verfahren ausgeübt werden.

Der Vortrag soll sich jedoch nur auf einige wichtigere Punkte des Lippmannschen und Lumièreschen Verfahrens beziehen.

Ich beginne mit der Beschreibung einiger neuer Apparate, welche zur Ausübung des Lippmann-Verfahrens dienen sollen, und die vom Zeißwerk in Jena hergestellt werden.

Figur 1 stellt die an jede Kamera passende Quecksilberkassette schematisch dar. In

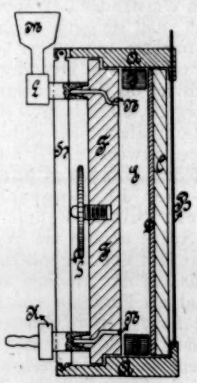


Fig. 1.

dem Kassettenrahmen A, der durch den Schieber B verschließbar ist, liegt die photographische Spezialplatte [1]) C, mit ihrer transparenten Schicht D vom Objektiv abgewandt. Auf die Schicht D wird mittels Schraube G, Riegel H und Deckel F ein Gummirahmen $\mathcal{F}$ gepreßt. Der so entstandene Hohlraum E wird temporär (während der Belichtung an der Kamera) mit

1) Diese sogenannte „Kornlose Platte" wird in kurzer Zeit wieder im Handel zu haben sein.

Quecksilber ausgefüllt. Hierzu dienen das Einlaßrohr *k* und das Steigerohr *L*, die abnehmbar und gegeneinander austauschbar sind. Die Kanäle *N* sind so angeordnet, daß sowohl bei Hoch- als auch bei Querformat ein Gefälle resultiert, und daß ferner die Oberfläche der Quecksilberfüllung freibleibt, also den oberen Gummirand nicht berührt. Letzteres ist auf die Reinhaltung der Bildfläche von wesentlichem Einflusse.

Als Quecksilberbehälter dient der in Figur 2 skizzierte Apparat, der aus einem po-

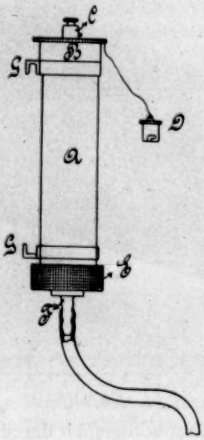


Fig. 2.

lierten Stahlzylinder *A* besteht. Der abschraubbare Deckel *B* trägt ein Luftventil *C*, das durch die Kappe *B* geschützt wird. Das Aus- bezw. Einlaßventil wird durch Drehen des Ringes *E* geöffnet. Das Ausflußrohr *F* wird durch einen Gummischlauch mit dem Einlaßrohr *K* (Fig. 1) verbunden. Die Haken *G* dienen zum zeitweiligen Aufhängen des Gefäßes an Kamera bezw. Kassette.

Die beiden beschriebenen Apparate gestatten ein vollkommen sauberes Arbeiten mit Quecksilber.

Die Lippmannschen Photographien müssen bekanntlich in regelmäßig reflektiertem Lichte betrachtet werden, wozu am besten ein besonderer Betrachtungsapparat dient. Der neue Apparat des Zeißwerkes ist so konstruiert, daß er alles störende diffuse Licht ausschließt, wodurch die Farbenpracht des Bildes ganz rein hervortritt. In Figur 3 ist das Prinzip dieses Apparates skizziert. Vor dem Bild *A*, das zum Zwecke der Beseitigung der Oberflächenwelle nach dem Vorgang von Prof.

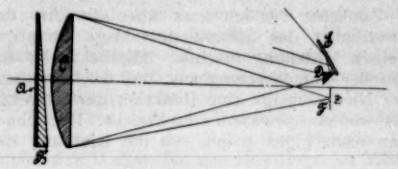


Fig. 3.

O. Wiener mit einem Glaskeil versehen ist, befindet sich eine Sammellinse *C*, in deren Brennebene die Ein- und Austrittspupille (*O* und *F*) des gesamten Systems liegt. Das Licht wird durch das totalreflektierende Prisma *B* und den Planspiegel *E* nach der Linse *C* geleitet, verläßt letztere in parallelen Büscheln, wird von der Bildfläche *A* nahezu senkrecht reflektiert und durchsetzt zum zweiten Male die Linse *C*, welche die Strahlen im Augenort *P* vereinigt. Das ganze System wird von einem lichtdichten Gehäuse umhüllt. Der Apparat läßt sich auch für stereoskopische Farbenaufnahmen einrichten.

Auch für die Projektion von Lippmann-Photographien ist eine neue Vorrichtung vom Zeißwerk konstruiert worden, welche an dem gewöhnlichen Projektionsapparat angebracht werden kann. Nach dem neuen Prinzip können mit vollkommener Schärfe Bilder von größerer Ausdehnung projiziert werden, als es bisher möglich war. In Figur 4 ist dieses Prinzip dargestellt: der Kondensor *B* entwirft

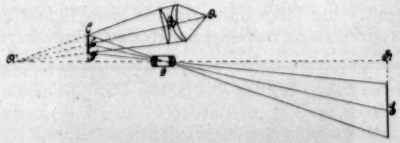


Fig. 4.

vom Krater *A* der Bogenlampe ein Bild im *A'*. Letzteres ist jedoch dort nicht reell, sondern in der Blendenebene des Projektionsobjektivs *D*, da auf halbem Wege die reflektierende Bildfläche *C* eingeschaltet wird. Die optische Achse *F, B, H* des Projektionsobjektivs nun steht senkrecht auf der Bildebene *CF* und der Schirmebene *HE* bezw. deren Verlängerungen, während bei dem bisher üblichen Verfahren die optische Achse mit der Verbindungslinie *GE* von Bild und Schirmmitte zusammenfiel.

Die beim Interferenzverfahren nach Lippmann sich abspielenden optischen Vorgänge darf ich wohl als bekannt voraussetzen. Ich will daher hier nur die Frage nach der „Abstimmung" der photographischen Platte etwas eingehender besprechen.

Zunächst will ich kurz über die Art der Anordnung des Silberniederschlags im allgemeinen Mitteilung machen. Hierbei gehe ich von der Voraussetzung aus, daß die Verteilung des Niederschlags eine Funktion der Intensität des wirksam gewesenen Lichtes ist. Bezeichnet man nach Figur 5 mit $-z$ die Richtung des

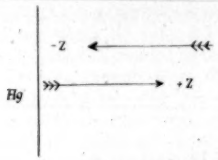


Fig. 5.

ankommenden, mit $+z$ die des reflektierten Lichtes, so ist die Intensität der stehenden Welle eine Funktion des Ortes z:

$$i = c \cdot \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda}, \qquad (1)$$

wenn man von Verlusten durch Absorption und Reflexion etc. der Einfachheit halber hier absieht. Figur 6 stellt die Kurve i dar, während

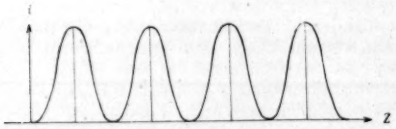


Fig. 6.

Figur 7 die Mikrophotographie eines Schnittes durch den roten Teil einer Spektralaufnahme zeigt.

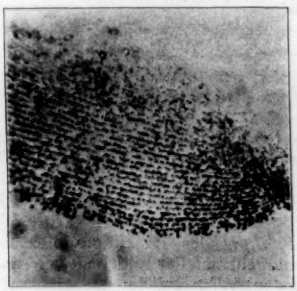


Fig. 7.

Läßt man zu gleicher Zeit an demselben Ort zwei homogene Lichter verschiedener Wellenlänge auf die Platte wirken, so stellt sich die resultierende Intensität einfach durch Superposition der Einzelwellen dar:

$$i' = i_1 + i_2 = c \cdot \left(\sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda_1} + \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda_2} \right). \qquad (2)$$

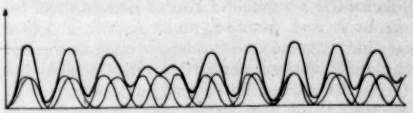


Fig. 8.

In Figur 8 ist die Kurve i' für das Wellenlängenverhältnis $\frac{563}{482}$ gezeichnet, während die

Fig. 9.

Figur 9 die Mikrophotographie durch einen Schnitt der entsprechenden Aufnahme wiedergibt. Wir haben hier einen ähnlichen Vorgang wie in der Akustik: wenn 2 Töne angeschlagen werden, hören wir einen dritten, den Schwebungston. Die Kurve i', wie der Schnitt zeigen deutlich eine 7 teilige Schwebungsperiode, die sich am Schnitt fünfmal wiederholt.

Wenn wir jetzt dieselbe Untersuchung für heterogenes Licht anstellen wollen, so brauchen wir nur die Gleichung 1 über λ zu integrieren:

$$\mathcal{J} = \int c \cdot \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} d\lambda.$$

Die Größe c ist jetzt aber keine Konstante mehr, sondern von λ abhängig, und zwar setzt sich c aus drei Faktoren zusammen:

$$c = S(\lambda) \cdot F(\lambda) \cdot E(\lambda).$$

Hierin ist $S(\lambda)$ die Intensität der Lichtquelle als Funktion der Wellenlänge, also die Farbe z. B. des Sonnenlichtes. $F(\lambda)$ ist der Bruchteil, welchen das Objekt von der auf dasselbe fallenden Intensität 1 reflektiert; also ist $S(\lambda) \cdot F(\lambda)$ die Farbe des Objektes. $E(\lambda)$ endlich ist die Empfindlichkeit der photographischen Platte in bezug auf die Intensität 1, als Funktion der

Wellenlänge. Der gesamte Lichteindruck also ist proportional der Größe $\mathcal{J}$:

$$\mathcal{J} = \int S(\lambda) \cdot F(\lambda) \cdot E(\lambda) \cdot \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} d\lambda . \quad (3)$$

Wir wollen uns nur auf den wichtigen Fall der Wiedergabe eines weißen Objekts beschränken. Die Bedingung hierfür ist

$$F(\lambda) = \text{constans.}$$

Wir fassen ferner die Faktoren $S(\lambda) \cdot E(\lambda)$ zusammen in $f(\lambda)$, in die Empfindlichkeit der Platte in bezug auf Sonnenlicht; für den Isochromatismus der Platte gilt dann

$$f(\lambda) = \text{constans.}$$

Für diesen Fall reduziert sich also die Gleichung 3 bei der Wiedergabe von Weiß:

$$\mathcal{J} = c \cdot \int_{\lambda\ \text{viol.}}^{\lambda\ \text{rot}} \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} d\lambda . \quad (4)$$

Fig. 10.

In Figur 10 ist die Kurve 4 gezeichnet. Die Intensitäten der periodischen Maxima klingen hier nach Art einer gedämpften Schwingung rasch ab. In Wirklichkeit ist dieses Abklingen ein noch schnelleres, wie die in Figur 11 wiedergegebene Mikrophotographie eines Schnittes durch ein gelbliches Weiß zeigt. Es sind hier nur etwa zwei Maxima sehr gut ausgeprägt; es werden also auch nur diese hauptsächlich bei der Farbenwiedergabe im reflektierten Licht am fertigen Bild beteiligt sein, welches Resultat mir auch Experimente ganz anderer Natur vollauf bestätigten.[1])

Fig. 11.

Über die Art der Verteilung des Silberniederschlags in der Nähe der Maxima der stehenden Wellen hat nun allerdings das Mikroskop bisher noch keinen Aufschluß gegeben; wir müssen daher die Form der Sinuskurve beibehalten. Diese Annahme erhält eine Stütze oder wird wenigstens nicht widerlegt durch die Schlüsse, welche man aus der Natur des vom Bilde reflektierten Lichtes ziehen kann. Ein Vergleich der Figuren 6 und 10 zeigt deutlich, daß der Unterschied zwischen der Wirkung des homogenen und heterogenen Lichtes lediglich in der größeren „Dämpfung" der Intensitätskurve der letzteren beruht. Bei kurzer Belichtung mit heterogenem Weiß müßte sich also nur um die Ordinaten der Maxima herum (Figur 10) Silber abscheiden; da nun diese Maxima einen Abstand haben, der gleich einer halben mittleren Wellenlänge ist, so dürfte auch nur eine solche nahezu homogene reflektiert werden, natürlich infolge der größeren „Dämpfung" der Intensitätskurve mit geringerer Intensität und Sättigung. Diese Erscheinung nun tritt tatsächlich ein, wenn man mit isochromatischer Platte arbeitet: das Bild erscheint bei schwacher Belichtung oder in den Schattenpartien, namentlich in den weißlichen Tönen monochromatisch übergossen. Man kann wohl diesen Mißstand durch nachträgliches „Verstärken" des Bildes heben, wie es z. B. Lippmann, Cajal und andere tun; doch liegt es auf der Hand, daß durch die hierdurch erzeugte Vergrößerung des Kornes die Sättigung der ausgesprochenen Farben darunter leiden muß.

Die Bedingung nun, unter welcher der besagte Übelstand nicht auftreten kann, ist leicht einzusehen: es muß in dem Ausdruck

$$\mathcal{J} = \int_{\lambda\ \text{viol.}}^{\lambda\ \text{rot}} f(\lambda) \sin^2 \frac{2\pi z}{\lambda} d\lambda$$

1) H. Lehmann, Beiträge zur Theorie und Praxis der direkten Farbenphotographie usw., (Freiburg i. Br. 1906, bei C. Troemer): Seite 35 u. 82.

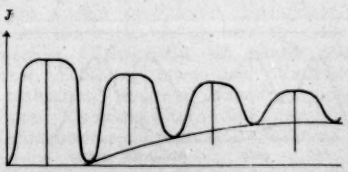


Fig. 12.

die Funktion $f(\lambda)$ so gewählt werden, daß die Maxima der Kurve $\mathfrak{F}$ stumpf und abgeflacht erscheinen, wie es etwa Figur 12 darstellt. $f(\lambda)$ darf also jetzt nicht mehr gleich constans sein (Figur 13), sondern sie muß, wie leicht einzusehen, nach oben konkav sein (Figur 14).

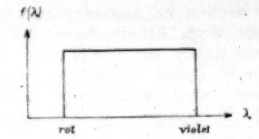


Fig. 13.

Fig. 14.

Praktisch wird man diese Forderung dadurch realisieren, daß man $f(\lambda)$ zwei Maxima verleiht. Aus leicht ersichtlichen physiologischen Gründen kommt noch eine weitere Forschung hinzu: diese Maxima müssen im Spektrum komplementär liegen.

Man braucht sich hierbei aber nicht auf zwei Maxima zu beschränken, man kann auch drei, oder, wie ich es neuerdings tue, vier wechselseitig paarweise komplementär liegende Maxima verwenden, wie in Figur 15 veranschaulicht.

Der Zweck dieser neuen Art der Abstimmung liegt in der Erweiterung der Grenzen für die normale Belichtungszeit, in der Erzielung einer höheren Sättigung der Farben, und schließlich infolge der Verwendung von Sensibilisatoren mit kräftigen Maximis in der Erzielung einer wesentlich höheren Empfindlichkeit der Platte gegenüber der Methode des Isochromatismus.

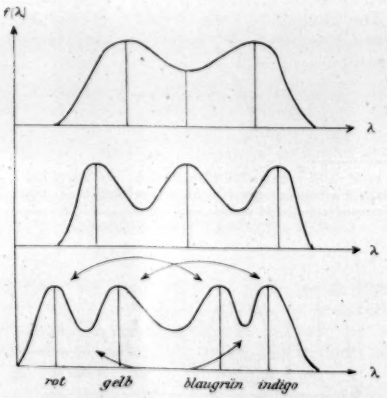


Fig. 15.

Es ist noch nachzuholen, daß die Messungsresultate der Schnitte (Figuren 7, 9, 11) mit den theoretischen Ergebnissen genau übereinstimmen.

Bei dieser Gelegenheit will ich ferner noch kurz auf den kolloidalen Charakter des Silberniederschlags in der Lippmann-Platte hinweisen: ich projiziere hier eine Reihe von übereinander liegenden Streifen von mit diffusem Lichte (ohne *Hg*-Spiegel) abschnittsweise belichteten und entwickelten Platten. In vertikaler Richtung verläuft die Variation des Entwicklers, während in horizontaler Richtung die Belichtungszeit bezw. Intensität auf jedem Einzelstreifen variiert. Das Resultat lautet: die Farbe des Niederschlags ist eine Funktion der chemischen Intensität des wirksam gewesenen Lichtes. Bei einer geeigneten Abstimmung der Platte (etwa mittels eines Korrektionsfilters etc.) könnte man hieraus eine neue Art Farbenphotographie ableiten, welche allerdings auf einer relativ unvollkommenen Basis beruht. Auf dieselbe Grundlage stützt sich übrigens das bekannte Kopierverfahren in Farben mittels des „Multicopapieres", bei welchem also die Farbenskala, ebenfalls nur als Folge der verschiedenen chemischen Helligkeit der Farben auf dem gewöhnlichen Negative wiedergegeben wird.

Ich werde jetzt eine Anzahl Lippmann-Photographien mit der neuen „Projektionsvorrichtung des Zeißwerkes für regelmäßig reflektierende Flächen" projizieren lassen: viermal dieselbe Landschaft zu verschiedenen Jahreszeiten aufgenommen; ferner zweimal dieselbe Porträtaufnahme mit verschiedener Belichtungszeit, um zu zeigen, daß die Sättigung der Farben eine Funktion der Belichtungszeit bezw. der absoluten Intensität ist; und schließlich eine Reihe von Emissionsspektren. Im Anschluß hieran will ich noch zwei Landschaftsaufnahmen zeigen, die mir Prof. Lippmann selbst freundlichst überließ: diese Bilder sind sehr reizvoll und von einer großen Brillanz. Prof. Lippmann arbeitet, wie oben bereits erwähnt, mit Platten, bei denen $f(\lambda)$ nahezu konstant ist, und die nachträglich verstärkt, was sich deutlich in der relativ geringen Sättigung namentlich bei Rot ausdrückt. Als Belichtungszeit gibt Lippmann 1—2 Minuten an, während die vorhin projizierten Bilder in etwa 15—20 Sekunden gewonnen wurden.

Ich komme jetzt zur Besprechung des Verfahrens nach Lumière. Hierbei wird jeder

Lichtstrahl des aufzunehmenden Objektes durch Elementarfilterchen, welche aus gefärbten Stärkekörnchen bestehen und auf dem Glas der photographischen Platte dicht nebeneinander liegen, entsprechend der Helmholtzschen Farbentheorie in eine rote, eine grüne und eine blaue Komponente zerlegt. Genau wie bei der indirekten Dreifarbenphotographie werden nun auch beim Lumièreschen Verfahren zunächst nur die Helligkeitswerte des Objektes in bezug auf die 3 Komponenten Rot, Grün, Blau registriert, jedoch nicht hintereinander auf verschiedenen Platten, sondern kraft der nebeneinander liegenden Elementarfilterchen auf einer Platte, also einander durchdringend. Also auch bei diesem direkten Verfahren wird die richtige Farbe lediglich durch eine entsprechende Variation des Intensitätsverhältnisses der 3 Komponenten hervorgebracht. Zu diesem Zwecke ist direkt auf die oben erwähnte Filterschicht eine für alle Farben empfindliche Emulsion aufgegossen. Durch ein Korrektionsfilter wird noch die Plattenempfindlichkeit in bezug auf Farben der des Auges angepaßt. Die Elementarfilterchen bleiben nun dauernd auf der Platte, dienen also zugleich als Aufnahme- und Betrachtungsfilter, so daß die Aufnahmeplatte selbst farbig erscheint.

Der Vorgang bei dem Lumière-Verfahren ist nun der, daß z. B. bei der Wiedergabe eines weißen Objekts jedes Flächenelement des Bildes sämtliche 3 Arten von Elementarfiltern von nahezu gleicher Durchlässigkeit enthält. Das Weiß selbst kommt also erst auf der Netzhaut des Auges in additiver Weise zustande, und zwar ist hierbei vorausgesetzt, daß das genannte Bildelement kleiner (oder gleich) ist als das entsprechende Netzhautelement. Die Lumière-Bilder können also nur unter einem gewissen maximalen Gesichtswinkel in richtiger Weise betrachtet werden, welcher etwa der deutlichen Sehweite entspricht. In ganz analoger Weise geschieht die Wiedergabe einer Mischfarbe oder einer mehr gesättigten Farbe, nur daß hierbei die Durchlässigkeit der Filterchen in jedem Bildelemente eine verschiedene für die drei Komponenten ist. Die chemischen Manipulationen sind nun von der Behandlungsweise der gewöhnlichen Platten insofern verschieden, als das zunächst erhaltene Negativ, welches, wie leicht ersichtlich, die Komplementärfarben des Objektivs zeigt, auf bekannte Weise in ein Positiv verwandelt werden muß, welches nunmehr die richtigen Farben aufweist.

Ich werde jetzt an der Hand einiger Projektionen von Aufnahmen auf Lumières „Autochrome-Platte" einige Eigenschaften dieser Platte demonstrieren: dieses erste Bild zeigt die Farbenempfindlichkeit der Platte im Normalspektrum der Nernstlampe, wobei die empfindliche Schicht dem Objektiv zugewandt wurde; also ein gewöhnliches schwarzes Bild. Man erkennt deutlich ein Maximum im Rot, etwa bei 620 $\mu\mu$, ein Doppelmaximum im Grün und Gelbgrün, sowie das stark überwiegende Eigenmaximum des Silbersalzes im Blau.

Die zweite Aufnahme stellt einige Sonnenspektra dar, in der richtigen Weise und mit Korrektionsfilter aufgenommen. Im Gelb und Blaugrün sind starke Lücken vorhanden, die Übergänge in den Farben fehlen vollständig, selbst bei längerer Belichtung.

Es ist das eine Folge des Kompromisses, den Lumière mit den Forderungen des Aufnahme- und des Betrachtungsfilters schließen mußte: die Helmholtzsche Farbentheorie fordert ein Anpassen der Durchlässigkeitskurven der Aufnahmefilter an die „Grundempfindungskurven" des Auges; sie müssen also von relativ geringer Sättigung sein, während die Betrachtungsfilter den „Grundempfindungen" selbst entsprechen, also eine hohe Sättigung besitzen sollen.

Lumière scheint die Wahl sehr glücklich getroffen zu haben, denn der Gesamteindruck der auf Autochromeplatten hergestellten Mischfarbenaufnahmen ist ein recht guter, wenn auch die Sättigung der ausgesprochenen Farben meistens eine viel zu hohe und insofern die absolute Objektivität eine sehr geringe ist.

Ich lasse jetzt einige farbige Mikrophotographien projizieren, die ich auf Autochromeplatten selbst von den Elementarfilterchen dieser Platten mit Apparaten des Zeißwerkes in 200 bis 400facher Vergrößerung herstellte.[1])

Dieser hier ist eine Aufnahme von einem Stück der bloßen Filterschicht. Die Körnchen berühren sich vollkommen auf allen Seiten und lassen keine Lücke. Es wurde dies wohl durch Breitdrücken der Schicht erreicht. Das Mischungsprinzip ist ein sehr unvollkommenes: regellose Verteilung. Infolgedessen trifft es sich häufig, daß mehrere Körnchen (bisweilen bis 6 Stück) gleicher Farbe zusammentreten, wodurch die Feinheit der Kornstruktur zum Teil illusorisch gemacht wird, was sich dann bei näherer Betrachtung der Bilder in kleinen Farbenklecksen äußert.

Das nächste Bild zeigt die farbigen Mikrophotographien der roten, grünen und blauen Zone des vorhin projizierten Spektrums. Es macht den Eindruck, als ob hier über die vorhin gezeigte Filterschicht ein relativ dünner, schwarzer Schleier, etwa aus Watteflocken sich ausbreitet, dessen Maschen jedesmal über den Elementarfiltern der entsprechenden Farbe besonders weit sind, während von

1) Hierbei war mir Herr Dr. A. Köhler in dankenswerter Weise behilflich.

den anderen Farben nur ganz wenig, aber doch (mikroskopisch) merklich Licht durchgelassen wird.

Ich lasse schließlich noch einige farbige Landschaftsbilder folgen, die mir verschiedene Herren des Zeißwerkes [1]) freundlichst zur Verfügung stellten. Der Unterschied zwischen den Bildern, die nach den Verfahren Lumières und Lippmanns hergestellt sind, geht schon aus obigen Ausführungen hervor: das Lippmannsche Verfahren gibt eine größere Objektivität in der Farbenwiedergabe und eine absolute Schärfe des Bildes, während die Lumièresche Platte, wie diese Bilder zeigen, als „gereifte" Platte eine vorzügliche „Gradation" besitzt, d. h. sie gibt die Helligkeitswerte im Bilde besser wieder als die „ungereifte" Lippmann-Platte, bei welcher man entsprechende Resultate vorläufig nur bei geeignet gewählter Beleuchtung erzielen kann.

Vorläufig kann man leider noch von keiner durch ein „direktes Verfahren" erhaltenen Originalaufnahme Papierkopien herstellen, obgleich es an Versuchen nicht gefehlt hat. Am meisten Aussicht auf Erfolg hat wohl das Verfahren der Pinatypie nach Dr. E. Koenig von den Höchster Farbwerken.

Zum Schluß will ich noch auf das sogenannte „Purkinjesche Phänomen" eingehen, auf ein Gesetz, welches der physiologischen Optik schon längst bekannt ist, und das sich auf die subjektive Änderung der Farbe mit der Intensität bezieht.

Bekanntlich stellen die modernen Maler wohl erst seit 50 bis 60 Jahren die Schattenpartien auf ihren Gemälden andersfarbig dar, als die Lichter (abgesehen von den Helligkeitswerten und der dadurch erzeugten Sättigungsänderung, den farbigen Reflexen etc.), während man auf älteren Gemälden die Schatten immer nur durch Braun oder Grau wiedergegeben sieht. Ich habe eine stichhaltige Erklärung für diese Tatsache in der Literatur bisher nicht gefunden. Zweifellos ist diese Erscheinung, wie mir scheint, eine Wirkung des Purkinjeschen Phänomens: das menschliche Auge hat eben erst durch lange Übung Nuancen von so geringer Abstufung, wie sie durch das Purkinjesche Phänomen bedingt sind, zu unterscheiden gelernt. Freilich übertreiben die Maler diese Nuancenunterschiede mehr oder weniger, da nach unseren jetzigen Anschauungen in der Darstellung der „farbigen Schatten" ein hohes künstlerisches Moment liegt.

Es ist nun eine interessante Tatsache, daß das Purkinjesche Phänomen sich nicht nur an der Netzhaut des Auges, sondern auch an der photographischen Platte zeigt. Das Verdienst, als erster darauf hingewiesen zu haben, gebührt Herrn J. Precht [1]); er fand folgendes Gesetz: die relative chemische Gesamthelligkeit zweier Lichtquellen ist abhängig von deren absolutem Werte der Belichtungszeit, beziehungsweise von ihrer absoluten Intensität.

Ich möchte nun noch einen Schritt weiter gehen, indem ich die Behauptung aufstelle: die relative chemische Helligkeit ein und derselben Lichtquelle ist in ihrer spektralen Zusammensetzung abhängig von ihrer absoluten Intensität. Als Beweis habe ich hier die Resultate einer Messung von Undurchlässigkeiten an einigen auf einer orthochromatischen Platte aufgenommenen Spektren einer rötlichen Lichtquelle verschiedener Expositionszeit bzw. Helligkeit aufgezeichnet:

Purkinjesches Phänomen.

Sekunden	Undurchlässigkeiten für Maxima bei		$\frac{U_{450}}{U_{650}}$
	$\lambda = 450\ \mu\mu$	$\lambda = 560\ \mu\mu$	
15	7,2	9,6	0,76
40	21,9	32,4	0,68
120	70,8	123,0	0,58
300	199,5	371,5	0,54

Die erste Kolumne gibt die Belichtungszeiten bzw. Intensitäten, die beiden nächsten die Undurchlässigkeiten für die beiden Sensibilisationsmaxima, und die letzte das jeweilige Verhältnis der Undurchlässigkeiten. (Ich hätte natürlich das Intensitätsintervall, den Verhältnissen in der Natur entsprechend, noch wesentlich größer als wie hier 1 : 40 wählen können, um einen noch größeren Unterschied in den Verhältnissen der Undurchlässigkeiten zu demonstrieren.) Die letzte Kolumne zeigt aber in der Tat, daß das Verhältnis der Farbenzusammensetzung eine Funktion der absoluten Intensität ist; und zwar ändert die Farbe bei dem hier gewählten Beispiel mit Abnahme der Intensität nach Blau, d. h. das Bild eines rötlichen Körpers würde in den Schattenpartien bläulich erscheinen. Wenn die Platte drei oder mehr Maxima besitzt, so liegen die Verhältnisse ganz analog.

Im allgemeinen geht also aus dem Gesagten hervor, daß immer das größere Maximum bei zunehmender Intensität schneller wächst. Es kommt daher auch vor, daß das Bild eines rotvioletten Körpers rötliche Schattenpartien zeigt.

Nicht erklärbar durch die genannte Gesetzmäßigkeit ist die Tatsache, daß die Schattenpartien von weißen Körpern namentlich auf Bildern nach Lumières Verfahren bisweilen

1) Besonders Herr Dr. Gundlach.

1) J. Precht, Archiv für wiss. Photographie, I, S. 277.

intensiv bläulich erscheinen (ohne daß ein Reflex mitwirkt). Hierbei müssen ja nach Obigem alle drei Maxima gleichstark wirksam sein, ihr Verhältnis kann sich also auch nicht so wesentlich ändern.

Die Erklärung hierfür liegt vielmehr in der bekannten Tatsache, daß bei sehr geringen Intensitäten das Blau eher entwickelt als Farben vom weniger brechbaren Ende des Spektrums, als Folge der verschiedenen Absorption der Schicht für Strahlen verschiedener Wellenlänge. Es ist diese Erscheinung eine andere Art des Purkinjeschen Phänomens als die oben beschriebene; man könnte vielmehr diese beiden Erscheinungen als das Purkinjesche Phänomen erster Art und zweiter Art unterscheiden.

Man kann wohl mit einiger Berechtigung die Vermutung aussprechen, daß die zunächst rein physiologische Erscheinung des Purkinje-Effekts weiter nichts ist, als ein der photographischen Schicht identisches Verhalten der Netzhaut.

(Eingegangen 4. Oktober 1907.)

W. Scheffer (Berlin), Über mikroskopische Untersuchungen der Schicht photographischer Platten.

Gegenstand dieser Untersuchungen waren

1. die Gestalt der Körner solcher Schichten und die Gestaltsveränderungen, welche diese Körner bei den verschiedenen photographischen Vorgängen erfahren,
2. die räumliche Verteilung der Körner in den photographischen Schichten und die Beziehungen der räumlichen Anordnung dieser Körner zu den verschiedenen photographischen Verfahren.

Der erste Teil des Vortrags beschäftigte sich mit den Untersuchungen der Gestalt und der Gestaltsveränderungen der Körner. Es wurde an Lichtbildern gezeigt, daß die Entwicklung der schwarzen, das negative Bild darstellenden Körner an außerordentlich feinen Keimen beginnt. Diese Keime, die das latente Bild darstellen, befinden sich in der Umgebung von sogenannten Ausgangskörnern, die sich im Entwickler nicht lösen. Die Entwicklung kommt dadurch zustande, daß neben diesen keimtragenden Ausgangskörnern noch andere Körner in der belichteten und entwickelbaren Schicht sich befinden, die wahrscheinlich durch Elektrolyse im Entwickler gelöst und sofort wieder in veränderter Form an den Keimen der Ausgangskörner als schwarzes entwickeltes Korn niedergeschlagen werden. Es wurde der Einfluß der Belichtungszeit, d. h. der wirksamen Lichtmenge und der Einfluß des Lösungsverhältnisses des Entwicklers an Lichtbildern gezeigt, sowie der Einfluß des Mengenverhältnisses zwischen Körnern und Leim. Endlich wurden noch die Gestaltsveränderungen des entwickelten Kornes bei der Verstärkung und den Abschwächungen besprochen. Im zweiten Teil des Vortrages wurden die räumlichen Verhältnisse an Querschnitten durch photographische Schichten untersucht. Es wurde der Einfluß der Belichtung der Entwicklung (Lösungsverhältnis sowie Dauer der Entwicklung) und der Abschwächung untersucht und hierbei die Wichtigkeit des Verhältnisses zwischen Wirkungsgeschwindigkeit und Diffusionsgeschwindigkeit nachgewiesen und gezeigt. Zum Schluß dankte der Vortragende der Firma R. Jung in Heidelberg sowie Carl Zeiß in Jena für die vorzüglichen Hilfsmittel, die sie dem Verfasser für seine Arbeiten zur Verfügung gestellt hatten. Die Untersuchungen sind eingehend veröffentlicht in der Photographischen Rundschau (Wilh. Knapp, Halle a. S.). Jahrgang 1906 u. 1907.

(Eingegangen 9. September 1907.)

W. Scheffer (Berlin), Über den photographischen Unterricht an den Universitäten.

Die Aufgabe des photographischen Unterrichts an den Universitäten ist die, die Photographie und ihre Anwendung insoweit theoretisch und praktisch zu lehren, als sie in Beziehungen zu den an den Universitäten gelehrten Wissenszweigen steht, entweder als Hilfsmittel der Darstellung oder als Hilfsmittel der Forschung. Eine zweckmäßige Bezeichnung der Hauptvorlesungen dürfte „Angewandte wissenschaftliche Photographie" oder „zu wissenschaftlichen Zwecken angewandte Photographie" sein. Die Aufgabe dieser allgemeinen, sowie der Sondervorlesungen über dieses Gebiet und der damit verbundenen praktischen Übungen dürfte die sein, die Zuhörer so weit zu bringen, daß sie imstande sind, im Dienst ihrer Sonderwissenschaft die Photographie sicher und fehlerlos anzuwenden. Neben dem Unterricht dürfte die Ratserteilung in besonderen Fällen zu den Aufgaben eines Universitätslehrers für Photographie gehören. Die Einrichtungen von Instituten für wissenschaftliche Photographie, in denen alle an der Universität und ihren Zweiginstituten vorkommenden photographischen Arbeiten ausgeführt werden, wäre sehr wünschenswert. Sie würde eine wirtschaftlich viel bessere und technisch vollendetere Ausnützung der Einrichtungen bedeuten und es ermöglichen, erheblich bessere Erfolge auf diesem Gebiet zu erzielen als sie durchschnittlich zurzeit erreicht werden. Häufig werden ja bekanntlich jüngere Assistenten im Nebenamte mit der Aus-

übung der wissenschaftlichen Photographie betraut, die kaum Zeit und Neigung haben, sich neben ihrem Fachstudium noch die vielen Kenntnisse und Fertigkeiten zu erwerben, die hierzu nötig sind. Weiter würde die Anlegung und Haltung von Sammlungen photographischer Aufnahmen aus allen Gebieten der Wissenschaft eine wichtige Aufgabe der Universitätsinstitute für Photographie sein. Über die vorhandenen Bilder müßte genau Verzeichnis geführt werden und die verschiedenen Universitätsinstitute müßten sich fortlaufend über ihre Bestände und Eingänge gegenseitig berichten. Hierdurch würde ein Katalog aller überhaupt vorhandenen wissenschaftlich wichtigen Photographien zustande kommen und wenn z. B. ein Forscher auf irgendeinem Gebiet zu arbeiten vorhat, brauchte er sich nur an das betreffende Institut für wissenschaftliche Photographie seiner Universität zu wenden, um auf die rascheste und bequemste Weise Auskunft über die bereits vorhandenen photographischen Aufnahmen aus diesem Gebiet unterrichtet zu werden und gegebenenfalls Abdrücke der für ihn wichtigen Aufnahmen zu erhalten.

(Eingegangen 9. September 1907.)

H. Siedentopf (Jena), Über künstlichen Dichroismus von blauem Steinsalz. (Vorläufige Mitteilung.)

Nach F. Cornu (Zentralblatt f. Min. 1907, S. 166) wird blaues Steinsalz, wenn senkrecht zu einer Hexaederfläche gedrückt, dichroitisch, so daß die rote Farbe des durchgelassenen Lichtes parallel, die blaue senkrecht zur gedrückten Hexaederfläche polarisiert ist.

In Bestätigung und Wiederholung dieses einfachen Versuchs fand ich, daß dieser Dichroismus nur auf die blauen und violetten Färbungen des *Na Cl* beschränkt bleibt, hier aber immer eintritt, gleichgültig ob künstlich additiv, oder subtraktiv gefärbtes Steinsalz (vergl. diese Zeitschrift **6**, 856, 857, 1905) oder natürlich blaues Steinsalz vorliegt. Der Dichroismus tritt nicht ein bei den gelben amikroskopischen Färbungen (vergl. Zeitschr. f. Elektrochemie **12**, 635, 1906), die man mit Alkalidampf bei höheren Temperaturen oder bei vorsichtiger Bestrahlung mit Kathoden- oder Radiumstrahlen erzielen kann. Parallel dem Dodekaeder oder Oktaeder gedrückte Präparate geben keinen deutlichen Dichroismus.

Die ultramikroskopische Untersuchung ergibt, daß die Erscheinung nicht an den Abstand und auch nicht an die Größe der einzeln sichtbar zu machenden Farbteilchen geknüpft ist. Während des Drückens ordnen sich die ursprünglich unregelmäßigen Polarisationszustände (vergl. diese Zeitschr. **6**, 863, 1905) der einzelnen Teilchen derart, daß sie schließlich alle gleichmäßig je zwei senkrecht zueinander polarisierte Farben aussenden und zwar grün und orangerot. Die Polarisationsebene der abgebeugten grünen Farbe liegt parallel der in gleicher Richtung hindurchgelassenen roten Farbe, d. h. parallel zur gedrückten Hexaederfläche, die Polarisationsebene der abgebeugten orangeroten Farbe liegt senkrecht zur gedrückten Hexaederfläche wie die der in gleicher Richtung hindurchgelassenen blauen Farbe.

Es ergibt sich also das wichtige Resultat, daß die zerstreute Strahlung, durch welche die färbenden Teilchen im Ultramikroskop sichtbar werden, nicht bloß die Lage des Maximums mit der Absorption annähernd gemein hat, sondern auch die Lage der Schwingungsrichtungen des Lichtes.

Die Schichtdicke des gedrückten *Na Cl* ist ohne Einfluß, infolgedessen kann die Doppelbrechung desselben die Erscheinung nicht merklich beeinflussen. Eine wesentliche Bedingung ist jedoch, daß das umgebende Medium genügend plastisch ist. Bei spröden und harten Körpern wie Saphiringlas und Flußspat tritt die Erscheinung nicht ein.

Der künstliche Dichroismus geht nach einigen Wochen oder bei Erwärmung wieder zurück, weil die Teilchen wieder in die ungeordnete Lagerung auseinander destillieren. Am schnellsten findet das bei den amikroskopischen Blaufärbungen statt, die ich durch geeignetes Erwärmen gelber Radiumfärbungen von *Na Cl* erzielen konnte.

Zur objektiven Demonstration der Erscheinung eignen sich am besten mit Kathodenstrahlen blaugefärbte Präparate bei einer langsamen Deformation von etwa 10—20%. (Demonstration.)

Man kann mit Kathodenstrahlen metallglänzende nahezu undurchsichtige Überzüge von *Na* auf *Na Cl* erhalten, wenn man ausgeglühte wasserfreie *Na Cl*-Kristalle mit frischen Spaltflächen in die mit planer *Al*-Kathode versehene Bestrahlungsröhre legt. Man muß hierbei die Stücke durch Kühlung von außen und kurze häufig unterbrochene Bestrahlung vor zu starker Erhitzung schützen, sonst verschwindet das *Na* durch Fortdestillation von den gefärbten Oberflächen, wobei sich über den Präparaten eine leuchtend gelbe Wolke, welche die *Na*-Linien zeigt, bildet. Es entsteht ferner dabei ein farbiger Beschlag an der inneren Wand der Kathodenröhre über den Präparaten, der vollkommen den dünnen *Na*-Häuten gleicht, welche Wood durch Destillation von *Na*-Metall im Vakuum erzeugen konnte. Der leuchtende *Na*-Dampf befindet

sich hierbei auch hinter der Kathode (von der Anode weggewendet) und zwar innerhalb der Glasröhre, welche den zur ebenen *Al*-Kathodenfläche führenden *Al*-Stab stützt. Mit der Kathodenzerstäubung hat diese Färbung nichts zu tun, da das *Al* von der ebenen Kathodenfläche aus senkrecht zur Richtung der Kathodenstrahlen zerstäubt.

Die Erzeugung solcher metallisch glänzender Überzüge durch subtraktive Färbung mit Kathodenstrahlen gelingt infolge der höheren Siedetemperatur von *Ca* noch leichter auf frischen Spaltflächen von Flußspat. Bei zu starker Bestrahlung entsteht auch hier ein orangeroter Nebel, welcher aber die *Ca*-Linien zeigt. Daraus folgt, daß diese leuchtenden Dämpfe aus den bestrahlten Kristallen, nicht aus der Glassubstanz der Kathodenröhre stammen.

Bei zu starker Erhitzung durch die Bestrahlung destilliert das färbende *Na*-Metall von den *Na Cl*-Stücken ab. Es gelingt dann nicht mehr, solche entfärbten Flächen mit Kathodenstrahlen wieder zu färben. Bei näherer Untersuchung erkennt man, daß die ursprünglich frische Spaltfläche nach einer solchen Entfärbung wie fein matt geschliffen aussieht.

Während der Bestrahlung bleibt die Kathodenröhre am besten in Verbindung mit der Luftpumpe. Die stärkste Färbungswirkung tritt bei solchen Verdünnungen im Gasraum der Luftpumpe ein, die eben den eigentlichen Kathodenstrahlen vorausgehen.

Diskussion.

Mie (Greifswald): Kann vielleicht dieser eigentümliche Pleochroismus eine ähnliche Erklärung finden, wie die Farbenänderung, die man in Gelatine bei einer Veränderung der Dichtigkeit der Teilchen beobachtet hat? Dieser Farbenumschlag wurde mit der Planckschen Theorie der Absorption in Zusammenhang gebracht und es scheint mir, daß es sehr interessant wäre, wenn diese Theorie oder eine ähnliche sich auch hier anwenden ließe.

Siedentopf: Die Sache liegt hier anders, als bei den Goldgelatinehäuten von Kirchner und Zsigmondy. Bei dem Farbenumschlag der letzteren hat man keinen gerichteten Vorgang, wie in meinen durch Druck dichroitisch gemachten Steinsalzpräparaten. Die Goldgelatinehäute ändern durch Aufquellen zwar ihre Farbe, aber nicht ihren Polarisationszustand. In meinen Präparaten werden dagegen nach dem Drücken von jedem Ultramikron zwei senkrecht zueinander polarisierte Farben ausgestrahlt.

Braun (Straßburg): Darf ich in die Diskussion vielleicht von folgendem Standpunkt aus eingreifen? Ich habe mich für die Ambronnsche Färbung, die durch Gold in Pflanzenfasern hervorgebracht ist, interessiert. Ich habe sie damals auf Gitterpolarisation zurückgeführt. Wenn es auch gelungen ist, Präparate mit verschiedener Färbung zu bekommen, so befriedigte mich doch nicht die Mannigfaltigkeit der Farben, die ich beobachtete. Ich hatte auf elektrischem Wege feine Zerstäubungen hergestellt, und die zeigten die Erscheinungen, wie ein Hertzsches Gitter, natürlich mit gleichzeitiger Absorption. Im großen und ganzen und selbst vielen Details stimmten die Ambronnschen Resultate damit überein.

Man könnte sich nun die von Herrn Siedentopf beschriebenen Erscheinungen etwa folgendermaßen vorstellen: Zunächst bilden sich kleine Partikelchen, also Natriumpartikelchen in der Substanz. Diese müssen, weil die Färbung eine gleichmäßige ist, wesentlich auch die gleiche Größe haben. Es muß also ein Grund vorhanden sein, daß die Teilchen, die zunächst keinen Anlaß haben, sich in gleicher Größe auszuscheiden, doch gleich werden (im besprochenen Falle etwa infolge von Verdampfung). Also gut, aus irgendeinem Grund werden sie tatsächlich gleich groß. Ich kann mir nun vorstellen, daß sie irgendeine bestimmte Färbung bedingen, ganz nach den Resultaten der Untersuchungen von Herrn Mie. Sagen wir nun, die Teilchen seien Kugeln, und wenn ich sie zusammenpresse, so werden die Kugeln deformiert, sie platten sich ab, sagen wir einmal in Ellipsoide und dann bekomme ich für die Schwingungen in der einen Richtung eine andere Farbe als für die Schwingungen in der darauf senkrechten Richtung. Da haben wir also die beiden Farben. Wenn wir die Ellipsoide der Länge nach aneinander legen, so wirken sie gleichzeitig wie der Stab von einem Hertzschen Gitter. Freilich bleibt für das andere Problem die Frage noch bestehen, wie kommen denn dort die Goldpartikelchen dazu, sich immer in gleicher Größe abzuscheiden? Ich weiß nicht, ob ich verständlich bin, die Frage meine ich, steht so: erstens liegt ein Grund vor, daß alle Partikelchen sich im ungepreßten Zustand des Steinsalzes im wesentlichen in gleicher Größe ausscheiden, und zweitens, kann man sich die Vorstellung bilden, daß die Masse der Teilchen beim Druck in ein Ellipsoid mechanisch deformiert wird und kann man sagen, daß für die Schwingungen in der einen Richtung des Ellipsoids die Farbe eine andere wird, wie in der dazu senkrechten.

Siedentopf: Auf die erste Frage ist zu antworten, daß der Dichroismus unabhängig von der Teilchengröße ist. Die zweite Frage, ob die Teilchen durch Druck deformiert werden, glaube ich bejahen zu müssen. Weiterhin kann

man aber annehmen, daß dabei die Abstände der Moleküle oder Resonatoren innerhalb der Teilchen nach verschiedenen Richtungen hin gleichmäßig verschieden werden, wonach man versuchen könnte, unter Anwendung der Planckschen Theorie den Dichroismus zu erklären.

Mie: Ich bin wohl erst mißverstanden worden. Die Dichtigkeit der Lagerung der Teilchen wird größer nur in der Richtung, in der das Salz komprimiert wird, während senkrecht dazu wegen der Querdilatation die Teilchen etwas weiter auseinander rücken. Man sollte also annehmen, daß bei der Anwendung der Planckschen Theorie oder einer ähnlichen auf diesen Fall in der Tat ein Pleochroismus sich ergibt. Indessen setzt diese Theorie unbedingt voraus, daß die Teilchen schon von Anfang an sehr dicht gelagert sind. Daraus ergibt sich denn die Möglichkeit, zwischen dieser Theorie und der von Herrn Braun vorgeschlagenen, nach welcher die Deformation der Teilchen selbst die Erscheinung bedingt, experimentell zu unterscheiden. Sollte — kurz gesagt — die Plancksche Theorie anwendbar sein, so müßte sich nur dann Pleochroismus zeigen, wenn die Teilchen in dem Präparat sehr dicht liegen. Zeigt sich Pleochroismus aber immer, d. h. also auch dann, wenn die Teilchen weit zerstreut sind, so müßte man wohl annehmen, daß er darauf beruht, daß die Teilchen deformiert werden, also etwa aus Kugeln in Ellipsoide, wie Herr Braun sagte.

Siedentopf: Die Erscheinung hängt nicht von den Abständen der ganzen Teilchen ab, denn die Erscheinung bleibt die gleiche, wenn man die Teilchenabstände von 2 μ bis etwa 0,1 μ vermindert.

Krüger (Göttingen): Spricht gegen die einfache Kompressionshypothese von Herrn Braun nicht die Tatsache, daß die Farbe nur in der einen Richtung, nach dem Rot hin, geändert wird, während sie in der anderen Richtung, wo sie nach dem Violett hin geändert werden sollte, unverändert blau bleibt? Wenigstens ist dies nach dem bloßen Augenschein der Demonstration der Fall.

Siedentopf: Ich bemerke, daß exakte Messungen über die Farbenverschiebungen noch nicht gemacht sind.

v. Geitler (Czernowitz): Sie sagten, daß die Farbenänderung auftritt, wenn der Druck in einer bestimmten Richtung ausgeübt wird. Wenn die Farbenänderung durch die Deformation der Partikelchen herbeigeführt werden soll, so müßte man doch meinen, daß sie auch auftreten müßte, wenn der Druck in einer anderen Richtung ausgeübt würde, da ja Deformationen bei jeder Druckrichtung eintreten müssen.

Siedentopf: Ich erwähne, daß auch die Gleitflächen und Elastizitätsverhältnisse im Steinsalz zu berücksichtigen sind, wodurch eigentümliche Scherungswirkungen entstehen, aber natürlich bleibt es sehr auffällig, daß man durch Druck nach dem Oktaeder und Dodekaeder keine deutlichen Erscheinungen wie bei dem Druck nach dem Hexaeder erhält.

(Eingegangen 30. Oktober 1907.)

W. Gaede (Freiburg i. Br.), Demonstration einer neuen Verbesserung an der rotierenden Quecksilber-Luftpumpe.

Vor zwei Jahren hatte ich Ihnen eine neue rotierende Quecksilber-Luftpumpe vorgeführt, bei welcher eine Porzellantrommel in einem mit Quecksilber gefüllten Eisengefäß rotiert.[1]) Mit der Zeit stellte sich bei diesen Pumpen heraus, daß die Porzellantrommeln durch das Quecksilber zerschlagen werden, sobald man nach dem Evakuieren unvorsichtig rasch Luft wieder in die Pumpe eintreten läßt. Der nächstliegende Weg, diesen Übelstand zu beseitigen, bestand darin, die Trommel aus festerem Material, d. i. aus Eisen herzustellen. Derartige, ganz aus Eisen bestehende Pumpen, von denen zwei Exemplare verschiedener Größe hier ausgestellt sind, geben ebenfalls ein hohes Vakuum, haben aber wieder Nachteile, welche durch die geringe chemische Beständigkeit des Eisens gegeben sind. Ist die Eisentrommel z. B. verrostet oder verschmutzt, so ist eine gründliche Reinigung unter Verwendung ätzender Substanzen ausgeschlossen. Ich suchte daher unter Beibehaltung des Porzellans das Platzen der Trommeln auf andere Weise zu verhüten, indem ich den physikalischen Ursachen dieser störenden Erscheinung nachging. Da stellte sich heraus, daß die Porzellantrommeln während des normalen Betriebes stets unversehrt bleiben, daß sie vielmehr immer nur dann platzen, wenn bei der Trommelstellung (Fig. 1) nach dem Evakuieren wieder Luft in die Pumpe strömt, so daß das Quecksilber innerhalb der Trommel

1) W. Gaede, diese Zeitschr. **6**, 758—760, 1905.

Fig. 1.

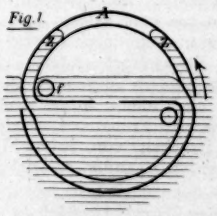


Fig. 1.

in dem evakuierten Kanal Z (Fig. 1) zu beiden Seiten hochsteigt.[1]) Je schneller man Luft einläßt, mit um so größerer Wucht treffen die beiden Quecksilbersäulen bei A zusammen und zertrümmern, da der Kanal Z hoch evakuiert ist, die Porzellanwand bei A. Die Ursache ist die gleiche, wie wenn ein Quecksilber-Manometer oder Barometer beim Anschlagen der Quecksilbersäule an das Rohrende zertrümmert wird. Die Neuerung, welche das Springen der Trommeln hindert, besteht nun darin, daß, wie Fig. 2 zeigt, eine Anzahl nach außen führender Öffnungen a an den Trommelkanälen Z angebracht sind, und daß diese Öffnungen a durch

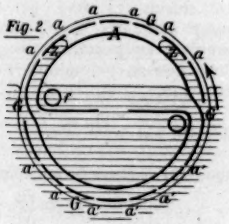


Fig. 2.

ein um den Trommelumfang gelegtes Gummiband G gemeinsam geschlossen gehalten werden. Stoßen jetzt beim plötzlichen Einlassen der Luft die Quecksilbermassen bei A heftig zusammen, so spritzt das Quecksilber aus den Sicherheitsventilen a, und die schädliche Stoßwirkung kommt nicht zustande. Solche Porzellantrommeln mit Sicherheitsventilen sind, wie die praktischen Versuche gezeigt haben, vollkommen unempfindlich gegen plötzliches Einstürzen der Luft. Damit die Gummiventile andererseits die Erzeugung der extrem hohen Vakua nicht beeinflussen können, sind diese so angebracht, daß sie nie mit dem Rezipienten in direkter Verbindung stehen können. Wie dies erreicht ist, zeigt Fig. 2: die Öffnung f, welche die Schöpfkammer mit dem Rezipienten in Verbindung setzt, taucht unter den Quecksilberspiegel und schließt somit den Rezipienten ab, bevor bei fortgesetzter Drehung in der Pfeilrichtung die Öffnungen a' aus dem Quecksilber heraustreten. An den neuen Trommeln sind noch zwei weitere Veränderungen angebracht, auf die ich hier in Kürze hinweisen möchte. Erstens ist eine Reinigung der Trommel jetzt dadurch sehr bequem gemacht, daß alle Öffnungen der Trommel aus der vorderen Trommelwand führen. Die Trommel stellt jetzt ein geschlossenes Gefäß dar, das nur oben einige Öffnungen hat, durch welche die zur Reinigung bestimmte Säure oder Lauge eingegossen werden kann. Zweitens ist es bei den neuen Trommeln möglich geworden, die Kanäle Z noch enger herzustellen als früher. Infolgedessen sind die aus der Trommel bei jeder Drehung herausfließenden, durch das Vorvakuum zirkulierenden Quecksilbermengen bedeutend kleiner als früher, somit ist auch die Gefahr des Verschleppens von Luft aus dem Vorvakuum in das hohe Vakuum, worauf ich schon früher hingewiesen habe, noch weiter vermindert. Der Erfolg ist, daß die letzten Gasreste im extrem hohen Vakuum, welche von Pumpen anderer Systeme entweder überhaupt nicht oder nur sehr langsam fortgeschafft werden, mit den neuen Trommeln bei höherer Tourenzahl und somit noch schneller entfernt werden als mit den alten Trommeln. Die neuen Trommeln sind so eingerichtet, daß sie beim Bruch einer alten Trommel ohne weiteres gegen diese ausgewechselt werden können.[1]) Bei dem hier aufgestellten Exemplar haben wir sehr oft die Luft heftig einstürzen lassen, ohne daß die Trommel dadurch gelitten hätte. Wird jetzt die aufgesetzte Entladungsröhre bis zum Röntgenvakuum evakuiert, und wird dann die Entladungsröhre aus dem Fettschliff plötzlich herausgerissen (wird demonstriert), so treten durch das plötzliche Einstürzen der Luft die Sicherheitsventile in Wirkung, und man sieht in diesem Moment am oberen Rand der Trommel aus den Sicherheitsventilen einen Quecksilberregen gegen die 2 cm dicke Glasplatte des Gußgehäuses hervorspritzen. Die Trommel bleibt dabei ganz unverletzt.

1) Fig. 1 hier entspricht der Fig. 2 dieser Zeitschr. **6**, 759, 1905.

1) Die neue Trommel (D.R.P. a.) wird von der Firma E. Leybolds Nachfolger, Cöln a. Rh. geliefert.

(Eingegangen 15. Oktober 1907.)

M. Laue und F. F. Martens (Berlin), Bestimmung der optischen Konstanten von glühenden Metallen aus der Polarisation der seitlich emittierten Strahlung.

1. Historisches.

Über die Polarisation des von Metallen seitlich emittierten Lichtes stellten folgende Beobachter Versuche an: 1. De la Provostaye und Desains[1]), 2. Magnus[2]), 3. W. v. Uljanin[3]), 4. Möller[4]), 5. Violle[5]), 6. Millikan.[6]) 1. und 2. untersuchten die Polarisation der

1) De la Provostaye und Desains, Ann. chim. phys. (3) **32**, 112, 1851.
2) G. Magnus, Pogg. Ann. **127**, 600, 1866; **134**, 45, 1868.
3) W. v. Uljanin, Wied. Ann. **62**, 528, 1897.
4) W. Möller, Wied. Ann. **24**, 260, 1885.
5) J. Violle, C. R. **105**, 111, 1887.
6) R. A. Millikan, Phys. Rev. **3**, 81 u. 177, 1895/96.

Gesamtstrahlung von Blechen, die auf 100° erhitzt waren; 3. untersuchte glühendes Platinblech bei etwa 3 μ. Alle drei Forscher beobachteten zu geringe Polarisation, d. h. eine größere Annäherung an unpolarisierte Strahlung als sich aus der Theorie ergibt. 4., 5., 6., benutzten ein Cornusches Polarisationsphotometer für weißes Licht. Die Möllerschen Beobachtungen ergeben für die Polarisation keine richtigen Werte, weil zwischen Platinblech und Photometer Mattglas eingeschaltet war. Auch Millikan scheint etwas zu geringe Polarisation beobachtet zu haben; wenigstens weichen seine Werte für Platin in diesem Sinne von unseren Beobachtungen ab, ebenso seine Werte für geschmolzenes Silber von den Violleschen.

Die Polarisation ist von Kirchhoff[1]) aus seinem Satze von der Proportionalität zwischen Emissions- und Absorptionsvermögen gefolgert worden. Millikan leitet aus diesem Satze und den von Cauchy gegebenen Reflexionskoeffizienten eine angenäherte Beziehung zwischen der Polarisation einerseits und Haupteinfallswinkel und Hauptazimut andererseits her. Nur v. Uljanin scheint eine Beziehung zwischen Polarisation und den optischen Konstanten benutzt zu haben, ohne diese Beziehung anzugeben. Statt der optischen Konstanten für 3 μ setzt er die viel kleineren für rotes Licht ein und kann so seine falschen Beobachtungen scheinbar darstellen.

2. Theorie.

Bezeichnet man mit Rs und Rp die Reflexionsvermögen des Metalles für Strahlungen, deren elektrische Schwingungskomponente senkrecht bzw. parallel zur Einfallsebene liegt, so sind diese in ihrer Abhängigkeit vom Einfallswinkel φ gegeben durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} Rs &= \left|\frac{\sin(\varphi-\chi)}{\sin(\varphi+\chi)}\right|^2 \\ Rp &= \left|\frac{\operatorname{tg}(\varphi-\chi)}{\operatorname{tg}(\varphi+\chi)}\right|^2 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

dabei ist der komplexe Winkel χ gegeben durch die Relation

$$\sin\chi = \frac{\sin\varphi}{n(1-i\varkappa)}\,.^2) \quad (2)$$

1) G. Kirchhoff, Ges. Abh., S. 596, 1882.

2) Vgl. P. Drude, Lehrbuch der Optik, 2. Aufl., S. 342. Wir benutzen die Drudeschen Bezeichnungen; n ist der Brechungsindex; die Absorptionskonstante $\varkappa$ ist definiert durch $\frac{4\pi n\varkappa d}{\lambda}$ das Verhältnis $\mathfrak{J}'/\mathfrak{J} = e^{-\frac{4\pi n\varkappa d}{\lambda}}$ der Intensitäten nach und vor dem Durchgang durch die Schichtdicke d; λ ist die in Luft bzw. im Vakuum gemessene Wellenlänge. Für $n\varkappa$ eine Bezeichnung einzuführen, bietet praktische Vorteile, da $\varkappa$ stets nur mit n multipliziert auftritt; deshalb setzen Hagen und Rubens g statt $n\varkappa$, Planck $\varkappa$ statt $n\varkappa$. — Der Bunsensche Extinktionskoeffizient ε ist bekanntlich definiert durch die Gleichung $\mathfrak{J}'/\mathfrak{J} = 10^{-\varepsilon d}$.

Nach dem Kirchhoffschen Gesetze verhalten sich die Intensitäten Es und Ep der unter dem Emissionswinkel φ ausgesandten Strahlungen, welche senkrecht bzw. parallel zur Emissionsebene schwingen, wie die Absorptionsvermögen $(1-Rs)$ und $(1-Rp)$; es besteht also die Beziehung

$$\frac{Es}{Ep} = \frac{1-Rs}{1-Rp} = \frac{1-\left|\frac{\sin(\varphi-\chi)}{\sin(\varphi+\chi)}\right|^2}{1-\left|\frac{\operatorname{tg}(\varphi-\chi)}{\operatorname{tg}(\varphi+\chi)}\right|^2}\,. \quad (3)$$

Das Prinzip unserer Methode ist, Es/Ep als Funktion von φ zu messen.

Um den durch (2) und (3) gegebenen Zusammenhang zwischen Es/Ep und φ rechnerisch brauchbar zu gestalten, empfiehlt sich die Einführung des zu χ konjugiert komplexen Winkels $\bar{\chi}$, für welchen die Relation

$$\sin\bar{\chi} = \frac{\sin\varphi}{n(1+i\varkappa)} \quad (4)$$

gilt. Gleichung (3) läßt sich dann schreiben:

$$\begin{aligned} \frac{Es}{Ep} &= \frac{1-\dfrac{\sin(\varphi-\chi)\sin(\varphi-\bar{\chi})}{\sin(\varphi+\chi)\sin(\varphi+\bar{\chi})}}{1-\dfrac{\operatorname{tg}(\varphi-\chi)\operatorname{tg}(\varphi-\bar{\chi})}{\operatorname{tg}(\varphi+\chi)\operatorname{tg}(\varphi+\bar{\chi})}} \\ &= \frac{\cos(\varphi-\chi)\cos(\varphi-\bar{\chi})}{\cos(\chi-\bar{\chi})}\,. \end{aligned}$$

Eliminiert man hier χ und $\bar{\chi}$ durch Benutzung von (2) und (4), so erhält man unter Einführung einer Hilfsgröße P

$$\left.\begin{aligned} \delta &= \frac{Es}{Ep} - \cos^2\varphi \\ &= \frac{-\cos 2\varphi + \cos\varphi\sqrt{2\{P-n^2(\varkappa^2-1)\}-\sin^2\varphi}}{1+\dfrac{P}{\sin^2\varphi}} \\ P &= \sqrt{n^4(\varkappa^2+1)^2 + 2n^2(\varkappa^2-1)\sin^2\varphi + \sin^4\varphi} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Man bestätigt leicht, daß Es/Ep stets kleiner als 1 ist; dementsprechend ist Rs/Rp, wie bekannt, stets größer als 1.

4. Zur Diskussion ist der strengen Formel (5) die Annäherung vorzuziehen, bei welcher man 1 gegen $2n^2(\varkappa^2+1)$ und gegen $\frac{n^2(\varkappa^2+1)^2}{2\varkappa^2}$ vernachlässigt. Es wird dann

$$\left.\begin{aligned} P &= n^2(\varkappa^2+1) + \frac{\varkappa^2-1}{\varkappa^2+1}\sin^2\varphi \\ \frac{Es}{Ep} - \cos^2\varphi &= \delta \\ &= \frac{\sin^2\varphi}{n^2(\varkappa^2+1)}\left\{-\cos 2\varphi + 2n\cos\varphi\right\}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Für einen Körper mit sehr großem Werte von $n^2(\varkappa^2+1)$ ist für alle Emissionswinkel φ

$$\delta = 0, \quad \text{also} \quad \frac{Es}{Ep} = \cos^2\varphi.$$

Im Ultrarot, wo sich $n\varkappa$ und n aus dem Leitvermögen berechnen und sehr große Werte annehmen (z. B. für *Pt* und $24\,\mu$ $n\varkappa = n = 71$), ist diese Beziehung praktisch vollkommen erfüllt.

Schon im sichtbaren Gebiet zeigen die Metalle angenähert dies Verhalten, so daß nur die relativ kleinen Abweichungen δ zur Berechnung der Konstanten dienen können.

Für kleine Emissionswinkel φ wird die rechte Seite der Formel (6) wegen des Faktors $\sin^2\varphi$ besonders klein; da Es/Ep und $\cos^2\varphi$ hier an den Wert 1 grenzen und jede dieser Größen für sich allein gemessen wird, ist hier die Differenz mit großen prozentischen Fehlern behaftet. Man muß also zur Bestimmung der Konstanten große Einfallswinkel heranziehen.

Ist $n < 1/2$, so wird für kleine Winkel φ δ negativ; dies kommt für *Na* und *Ag* in Betracht.

Für streifende Emission wird einfach

$$\frac{Es}{Ep} = \delta_{90} = \frac{1}{n^2(\varkappa^2+1)}. \qquad (7)$$

Für *Pt* ist z. B. $n^2\varkappa^2 \sim 20$, $n^2 \sim 10$, also $\frac{Es}{Ep} = \delta_{90} \sim \frac{1}{30}$; man sieht, wie stark die Polarisation im sichtbaren Gebiet sein kann.

3. Methode.

Zur Messung des Verhältnisses Es/Ep dient ein kleines Unterrichtsspektrometer[1]) der Firma Schmidt Haensch, dessen Kollimator entfernt ist und dessen drehbarer Arm anstatt des Fernrohres ein Polarisationsphotometer für weißes Licht[2]) trägt. Das ganze Photometer kann um seine Achse gedreht werden; bei einer ganzen Umdrehung fallen die Hauptschwingungsrichtungen des emittierten Lichtes und des Photometers viermal zusammen. Aus den Drehungswinkeln α des im Photometer befindlichen Nicols berechnet sich einfach

$$\frac{Es}{Ep} = \operatorname{tg}^2\alpha. \qquad (8)$$

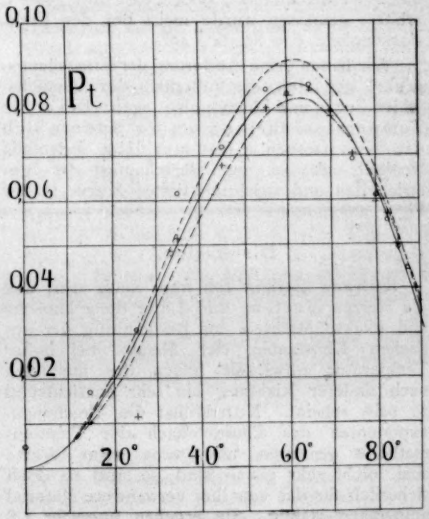
Vor der konzentrischen, runden Eintrittsöffnung des Photometers befindet sich eine Linse, in deren hinterer Brennebene das Zwillingsprisma liegt. Die Antrittsöffnung des Photometers ist mit einem roten Glase bedeckt (Kupferüberfangglas); die mittlere durchgelassene Wellenlänge beträgt etwa $630\,\mu\mu$.

Der emittierende Metallstreifen ($100 \times 10 \times 0{,}5$ mm) befindet sich auf dem Spektrometertisch. Der Streifen ist mit seinen Enden in zwei auf einer Schieferplatte montierten Kupferbacken eingespannt; von diesen kann die eine durch eine Mikrometerschraube in Richtung des Streifens bewegt werden. Diese Bewegung ist nötig, damit der kalt eingespannte Streifen auch bei der Erwärmung gerade bleibt. Die Schraube dient auch zur Messung der Ausdehnung und damit zur angenäherten Temperaturstimmung.[1]) Der Streifen ist an seinen beiden Enden verjüngt; dadurch wird hier die Wärmeableitung zu den Kupferbacken so vermindert und die erzeugte Joulesche Wärme so vermehrt, daß er der ganzen Länge nach gleichmäßig glüht.

4. Resultate an *Pt*.

Der zu untersuchende Platinstreifen wurde in folgender Weise vorbehandelt. Der mit Schmirgelpapier abgeriebene Streifen wurde mit einem Polierstein (nicht mit Stahl) poliert, darauf längere Zeit in Salpetersäure gekocht, in destilliertem Wasser abgespült, mit Fließpapier getrocknet.

Die in zwei Versuchsreihen bei etwa 900^0 C gefundenen Werte von δ haben wir in nachstehender Figur aufgetragen.



Ordinaten: $\delta = Es/Ep - \cos^2\varphi$. Abszissen: Emissionswinkel φ.
$+$ erste, $\odot$ zweite Versuchsreihe.
——— Kurve, berechnet[2]) für $n\varkappa = 4{,}475$, $n = 2{,}925$.
- - - - - „ „ „ $n\varkappa = 4{,}275$, $n = 2{,}925$.
— · — · — „ „ „ $n\varkappa = 4{\cdot}475$, $n = 2{,}425$.

1) F. F. Martens, Verh. d. D. Phys. Ges. 1899.
2) Derselbe, diese Zeitschr. 1, 299, 1900.

1) L. Holborn und A. Day, Über die Ausdehnung einiger Metalle in hoher Temperatur. Ann. d. Phys. (4) **4**, 104, 1901.
2) Nach der strengen Formel (5).

Sowohl die gestrichelte wie strichpunktierte Kurve liegt außerhalb der Beobachtungsfehler — soweit diese nicht systematisch durch Oberflächenfehler beeinflußt sein mögen. Zugleich sieht man, daß aus Beobachtungen bis zu 60° die Werte von $n\varkappa$ und n nicht einzeln berechnet werden können, da eine Verkleinerung von $n\varkappa$ und eine passende von n gleiche und entgegengesetzte Wirkung auf die Kurve haben können, der Beobachtung also entgehen werden.

Für kaltes Platin findet Drude folgende Werte: Für **630** $\mu\mu$ $n\varkappa = 4{,}48$, $n = 2{,}16$; für **589** $\mu\mu$ $n\varkappa = 4{,}26$, $n = 2{,}06$. Besser stimmen unsere Werte mit denen, die sich aus den Reflexions- und Absorptionsbeobachtungen von Hagen und Rubens ergeben; hiernach berechnet sich für **700** $\mu\mu$ $n = 3{,}1$, für **650** $\mu\mu$ $n = 2{,}8$, für **600** $\mu\mu$ $n = 2{,}6$; die bezüglichen Werte von $n\varkappa$ sind 4,81, 4,51, 4,16; die bezüglichen Reflexionskoeffizienten R 69,0, 66,5, 64,2 Proz. Aus unseren Werten für $n\varkappa$ und n berechnet sich $R = 67{,}0$ Proz.

Wir haben nun weiter die Frage untersucht, ob die beobachteten Einstellungen des Photometers und damit die Konstanten $n\varkappa$ und n sich mit der Temperatur ändern. Das Platinblech wurde auf 800, 900, 1300 und 1500° C erhitzt; gemessen wurde meist bei den Emissionswinkeln $\varphi = 85$, 60, 45°.

Wir haben keine Änderung der Einstellungswinkel gefunden, die außerhalb der Versuchsfehler liegen und können also sagen: Bei einer Temperaturänderung um 700° ändern sich die Konstanten nicht merklich, jedenfalls weniger, als es zur Berechnung der gestrichelten und strichpunktierten Kurve in der Figur angenommen ist.

Diskussion.

Rubens (Berlin): Ich freue mich sehr, daß die Herren Martens und Laue diese hübsche und exakte Methode zur Bestimmung der optischen Konstanten der Metalle bei hoher Temperatur entwickelt haben, die mir auch nach anderer Richtung hin sehr aussichtsvoll zu sein scheint. Kundt hat die Brechungsexponenten des Platins nach der Prismenmethode gemessen, und wenn seine Werte auch nicht sehr genau sind, so sind sie doch sicherlich für das von ihm verwendete Material angenähert richtig. Sie ergeben ungefähr 1,8 für den Brechungsexponenten des Platins für Rot, und wir haben uns schon damals sehr gewundert, daß wir sehr viel größere Werte bekamen. Es ist aber doch nicht ausgeschlossen, daß das durch Zerstäubung hergestellte Material, welches Kundt benutzte, etwas andere optische Konstanten besitzt als dasjenige, welches wir verwendeten und mit welchem die Herren Martens und Laue gearbeitet haben. Daß hier der kleine Temperaturkoeffizient im sichtbaren Gebiet herauskommt, ist wieder sehr interessant. Aus der elektromagnetischen Lichttheorie folgt, daß die Temperaturkoeffizienten für lange Wellen sehr erheblich sein müssen, und aus Versuchen mit Reststrahlen von Fluorit, die Herr Hagen und ich angestellt haben, hat sich das auch für Platin ergeben. Es ist nun von großem Interesse, das Zwischengebiet zu untersuchen, in welchem sozusagen die optischen Eigenschaften der Metalle in die elektrischen übergehen. Da wird sich voraussichtlich ergeben, daß der Temperaturkoeffizient mit wachsender Wellenlänge zunimmt bis zu dem Werte, den er nach der elektromagnetischen Lichttheorie haben soll.

Martens: Die Übereinstimmung des Reflektionsvermögens mit dem von Herrn Hagen und Rubens beobachteten ist eine vollständige, wir berechnen es für senkrechte Inzidenz zu 67,0 Proz., Hagen und Rubens haben 66,5 Proz. beobachtet.

F. Krüger (Göttingen)[1]: Zu der letzten Bemerkung des Herrn Rubens möchte ich noch hinzufügen, daß gerade für Wärmestrahlen schon vor etwa 50 Jahren von de la Provostaye und Desains, sowie vor allem Magnus die Abhängigkeit des Grades der Polarisationen vom Emissionswinkel gemessen und auch quantitativ mit der Theorie verglichen ist, aber natürlich nicht mit der von Herrn Martens im sichtbaren Spektrum erreichten Genauigkeit und auch nicht für den Zweck, die optischen Konstanten der Metalle zu bestimmen.

1) Die Verfasser haben in ihrem Vortrag den historischen Teil 1 nicht erwähnt.

(Eingegangen 5. Oktober 1907.)

Edm. Hoppe (Hamburg), Die Verdienste L. Eulers um die Optik.

In Ergänzung der in dieser Zeitschrift[1]) zur 200-Jahrfeier von Eulers Geburtstag bereits mitgeteilten Angaben sei aus dem Vortrage folgendes nachgetragen.

Als Vater der Undulationstheorie wird gewöhnlich Huygens bezeichnet und das ist richtig, wenn man an die Darstellung durch das Huygenssche Prinzip denkt. Huygens selbst bezeichnet Descartes als den Urheber der Theorie, die auch vor dem Erscheinen des Huygensschen Traktates von Leibniz und Hooke vertreten war. Auch Euler nennt Descartes als ersten Undulationstheoretiker. Genau ist das nicht richtig, man muß eigentlich bis auf Aristoteles zurückgehen und viel-

1) Diese Zeitschr. **8**, 225, 1907.

leicht läßt sich diese Reihe noch weiter verfolgen, wenn wir aus der früheren Zeit erst mehr Urkunden kennen. Euler nennt von allen diesen nur Descartes und spricht im übrigen nur von seiner Theorie, die er eine nova nennt. In der Tat unterscheidet sich seine Theorie von allen früheren wesentlich dadurch, daß er die Fortpflanzung der Wellenbewegung analytisch behandelt, während alle Vorgänger synthetisch an der Hand geometrischer Konstruktionen den Gang des Lichtstrahles resp. der Wellenbewegung verfolgen. Auf diesem analytischen Wege findet Euler die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich der Quadratwurzel aus Elastizität durch Dichte des Äthers, daraus folgert er erstens, daß alle verschiedenen Wellenlängen in demselben Medium mit gleicher Geschwindigkeit fortgepflanzt werden, und zweitens, daß die aus einer sonst plausibeln Annahme über die Elastizität des Äthers sich ergebende Dichte des freien Äthers eine für unsere Messungen unmeßbare Verzögerung der Bewegung der Planeten durch Reibung ergeben würde. Bezeichnet nun c die Geschwindigkeit, λ die Wellenlänge und i die Schwingungszahl, so ist kein Grund vorhanden, daß i nicht verschiedene Werte haben sollte, daraus folgt, daß es bei konstantem c Strahlen verschiedener Wellenlängen gibt, die er Elementarstrahlen nennt und die die Elementarfarben darstellen. Die Farbe hängt also lediglich von der Wellenlänge oder der Schwingungszahl, nicht von der Intensität ab. Die Fortpflanzungsrichtung des Lichtstrahls steht senkrecht auf der Kurve, welche die Punkte gleicher Schwingungsphase der homogenen Lichtstrahlen verbindet. Aus dieser Feststellung ergibt sich die Ableitung des Brechungsgesetzes. Nachdem er im Jahre 1746 im Anschluß an die Maupertuissche Fassung des Fermatschen Satzes von dem Minimum der Arbeitsleistung angenommen hatte, daß die Geschwindigkeit in dichtem Medium größer sei als in dünnerem, zeigt er vier Jahre später, daß das nicht richtig ist, daß vielmehr die Geschwindigkeiten in dichterem Medium geringer sind und daß die Strahlen größerer Wellenlänge weniger abgelenkt werden als die kleinerer.

Die nicht selbstleuchtenden Körper verhalten sich diesen verschiedenen Lichtstrahlen gegenüber sehr verschieden. 1. Die Körper erleiden durch auffallende Lichtstrahlen keinerlei Beeinflussung, sondern reflektieren alle Strahlen verschiedenster Wellenlänge in gleicher Weise und mit ungeänderter Wellenlänge. 2. Die durchsichtigen beherbergen eine große Menge Äther, dessen Elastizität und Dichte aber durch die Körpermoleküle so beeinflußt sind, daß sie von der des freien Äthers verschieden sind; dabei kann auch eine Beeinflussung der Moleküle durch den Äther eintreten. 3. Die opaken Körper reflektieren nur Licht bestimmter Wellenlänge, das kommt dadurch zustande, daß die Moleküle vom Äther so beeinflußt werden, daß sie selbst Licht aussenden von der betreffenden Farbe. Diese Erregung ist nach Art der Resonanz zu denken und kann noch fortbestehen, wenn die Beleuchtung, d. h. die Ursache der Erregung, schon aufgehört hat. Das letztere findet bei den phosphoreszierenden Körpern statt. Gewöhnlich haben die einzelnen Körper von allen drei Eigenschaften gleichzeitig etwas an sich. Die Idee der Resonanz benutzt Euler auch, um die Newtonschen Ringe damit zu erklären, wo die Farbe dann von der Dicke der erregten Schicht abhängt. Da nun in der Akustik Wellen doppelter Schwingungszahl wieder gleiches Verhältnis zueinander haben, so wird das auch in der Optik statthaben, also werden die Strahlen mit 2λ oder $\frac{1}{2}\lambda$ die gleiche Farbe haben, wie die mit λ als Wellenlänge. Mit Interferenz hat Euler sich nie beschäftigt; ebensowenig mit den Beugungserscheinungen, von denen damals ja auch erst wenig bekannt war.

Besonders zahlreich sind die Arbeiten Eulers, welche sich mit der Dispersion, der sphärischen Abweichung und der farbigen Abweichung (Euler nennt es Konfusion) beschäftigen. Die Beseitigung der sphärischen Aberration hatte Newton schon für möglich erklärt, dagegen die Beseitigung der chromatischen Abweichung für unmöglich gehalten, ohne gleichzeitige Aufhebung der Brechung selbst. Euler weist auf die Tatsache hin, daß wir im Auge einen brechenden Apparat besitzen, der achromatisch ist, folglich muß die Achromasie möglich sein. Um solche Apparate zu finden, ist ein Dispersionsgesetz nötig. Er stellt die Bedingungsgleichung auf für den Fall, daß zwei brechende Medien mit vier brechenden Flächen gegeben sind, damit die Bildpunkte der mittleren Strahlen mit dem Bildpunkt der roten Strahlen zusammenfallen. Das führt ihn auf das Dispersionsgesetz

$$\frac{l\,m}{l\,n} = \frac{l\,M}{l\,N};$$

wo l den Log. nat., m und n die Brechungsindizes für einen mittleren Strahl, M und N dieselben für rote Strahlen bedeuten.

Gegen dieses Dispersionsgesetz hatte Dollond geltend gemacht, daß aus Newtons Messungen folge:

$$\frac{M-1}{m-1} = \frac{N-1}{n-1}.$$

Euler zeigt, daß Newtons Messungen für seine Formel ebensogut passen, daß aber diese Dispersionsformel zu Widersprüchen führe, wenn

man den Strahl in umgekehrter Richtung gehen lasse und daß damit überhaupt Achromasie unmöglich sei. Einen anderen Einwand gegen die Eulersche Formel hatte Clairaut gemacht, daß nämlich durch die Mitwirkung der Moleküle sehr wohl eine sukzessive Einwirkung auf die Geschwindigkeit möglich sei. Euler zeigt, daß wenn das Brechungsgesetz unter dieser Annahme einer einwirkenden Schicht von bestimmter Dicke bestehen bleiben solle, sich unweigerlich ergeben würde, daß im dichteren Medium die größere Geschwindigkeit sein müsse, aber nach allen früheren Versuchen sei das Gegenteil der Fall. Aber die beiden Einwürfe veranlaßten ihn, die Dispersion erneut zu untersuchen. Bezeichnet n den Brechungsindex eines mittleren Strahles, r den des roten, v den des violetten, ist dann $\frac{lr}{lv} = \alpha$, und $v = n + dn$, $r = n - dn$; so ist $lr = ln - \frac{dn}{n}$; $lv = ln + \frac{dn}{n}$; also $dn = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} n\,ln$ = der halben Dispersion.

Neben dem theoretischen Interesse dieser Frage ist besonders das praktische der Konstruktion achromatischer Fernrohre und Mikroskope für Euler von Bedeutung. Der Verbesserung der optischen Instrumente widmet er neben vielen kleineren Arbeiten das dreibändige Werk der Dioptrik, worin er eine große Reihe guter Konstruktionen durchrechnet. Die sphärische Abweichung wird bis zu einer Öffnung von 30^0 beseitigt und läßt sich bei zwei Medien stets erreichen, wenn mehr als zwei brechende Flächen gegeben sind. Die Achromasie läßt sich dagegen nur erreichen, wenn mehr als zwei brechende Medien gegeben sind. An der Hand dieser Rechnungen hat Euler dann tatsächlich kurze Fernrohre und Mikroskope sehr guter Wirkung herstellen lassen. Er schickte von den Fernrohren einige Exemplare dem im siebenjährigen Kriege abwesenden Könige und empfing dessen Bestätigung, daß diese mehr leisteten als frühere Konstruktionen. Und wenn man bedenkt, daß Huygens, um ein gutes (farbloses) Fernrohr zu bekommen, zu einer Länge von 123 Fuß gekommen war, die Eulerschen Fernrohre bei gleicher Leistung aber nur wenige Fuß lang waren, so wird man den großen Fortschritt gern anerkennen. Besondere Erwähnung verdient auch die ausführliche Behandlung der zusammengesetzten Okulare, mit deren Hilfe er auch bei nur einfachen Objektiven die angenähert vollständige Beseitigung der „Konfusion" erreicht.

Besondere Beachtung verdient auch die Beschäftigung Eulers mit der atmosphärischen Strahlenbrechung. In einer ersten Arbeit bestimmt er die Kurve des von einem Stern ausgesandten Lichtstrahls in der Atmosphäre, wenn man den Stern unter einer scheinbaren Zenitdistanz ζ beobachtet. Er leitet unter Voraussetzung des Brechungsgesetzes für diese Kurve eine Differentialgleichung zwischen dem Differential der Zenitdistanz und dem Differential des Abstandes vom Erdmittelpunkt für irgendeinen Ort dieser Kurve ab. Eine geschlossene Integration ist nicht möglich, folglich rechnet er die wahre Richtung des Lichtstrahles unter den Voraussetzungen aus, daß 1. in einer gegebenen Höhe die Wärme, welcher die Dichte proportional wird, die Hälfte der am Beobachtungsort vorhandenen betrage, 2. daß in der Höhe von zwei Meilen die Temperatur $^2/_3$ der Bodentemperatur sei, 3. daß die Wärme überall die gleiche sei.

In einer zweiten Arbeit berechnet er die wahren Höhen terrestrischer Objekte unter der Voraussetzung, daß die Dichte der Luft proportional der Elastizität oder proportional dem Druck sei, ebenfalls aus einer Differentialgleichung, welche exakt integriert wird. Bezeichnet h die Höhe, s die horizontale Distanz, a den Erdradius, $\varphi = \frac{s}{a}$, ϑ den scheinbaren Elevationswinkel, so ist

$$h = s \frac{\sin\left(\vartheta + \frac{1}{2}\varphi\right)}{\cos(\vartheta + \varphi)} - s^2 \frac{\cos\vartheta}{8a \cdot \cos(\vartheta + \varphi)}.$$

Mit dieser Gleichung ist das russische Nivellement 1778 tatsächlich ausgeführt.

Neben diesen in größeren Arbeiten behandelten Fragen finden sich auch eine Reihe von Bemerkungen zerstreut, welche wert sind, hervorgehoben zu werden. So die auf die Photometrie bezüglichen, welche vor Lamberts bekanntem Werke den Unterschied zwischen Lichtstärke und Beleuchtungsstärke, die Abnahme der Lichtstärke mit der Entfernung, das Verhältnis der Beleuchtungsstärken bei verschiedener Neigung richtig angeben. Auch die Bedeutung der Perspektive zur Abschätzung der dritten Dimension ist meines Wissens zuerst von Euler erkannt. Jedoch mögen diese gelegentlichen Bemerkungen klein und unbedeutend erscheinen, das Verdienst kann Euler nicht abgesprochen werden, daß er im ganzen 18. Jahrhundert der einzige ist, der aller Autorität Newtonscher Ansichten zum Trotz an der Undulationstherie festhielt, ihre Fundamente analytisch festlegte und die Dispersion zuerst im Sinne dieser Theorie begründete.

(Eingegangen 17. September 1907.)

R. Gans (Tübingen), Euler als Physiker.

Nur mit großem Bedenken bin ich der Aufforderung, über Euler als Physiker bei dieser Feier ein Referat zu halten, nachgekommen, denn ich war mir der Schwierigkeit wohl bewußt, in der kurzen Zeit, die mir zur Verfügung steht, die Bedeutung eines Mannes klarzulegen, der auf fast allen Gebieten der Physik eingehende Arbeiten der Nachwelt überliefert hat. Muß ich doch, um Ihnen ein deutliches Bild zu entwerfen, auch auf Eulers Vorgänger eingehen, muß ich doch, damit wir ihn richtig würdigen können, auch den Einfluß behandeln, den er ausgeübt hat, muß ich doch vor allem Ihnen zu zeigen suchen, was er gewollt und erstrebt hat, selbst dann, wenn seine Bemühungen nicht von bleibendem Erfolg gekrönt waren. Denn nur in einer solchen relativen Beurteilung werden wir ihm historisch gerecht.

Wird infolgedessen das Bild, das ich Ihnen entwerfe, nur skizzenhaft, und ist es hier und da verzeichnet, so gewähren Sie mir Ihre Nachsicht. Eine Beruhigung für mich ist es, daß durch die folgenden Spezialvorträge meine Lücken ergänzt, meine Fehler berichtigt werden können.

Vorübergehen kann man nicht an den physikalischen Leistungen Eulers, den wir als Schöpfer der analytischen Mechanik ansehen müssen, und der diese Mechanik angewandt hat auf die Bewegung der Himmelskörper, wie auf den Flug der Geschosse, auf die Hydrodynamik, auf die Gesetze von Ebbe und Flut, auf die Theorie des Schiffbaus und der Schifffahrt, auf Luftströmungen und viele Probleme der Elastizität, der über Schall und Musik ausführliche Abhandlungen geschrieben hat, der eine neue Theorie des Lichts und der Farben schuf, der drei dicke Bände Dioptrik schrieb und uns eine Äthertheorie hinterließ, welche den Versuch machte, alle Naturerscheinungen auf ein Prinzip zurückzuführen.

Die wichtigsten Bücher über Mechanik, die vor Euler existierten, waren die Prinzipien Newtons und die Phoronomie Herrmanns. Beide Werke waren nach der alten geometrischen Methode durchgeführt, sei es, daß diese Forscher ihre Resultate geometrisch gefunden haben wie Kepler, oder sei es, was wahrscheinlicher ist, daß sie den Weg verborgen haben, auf dem sie zu ihren Sätzen gekommen sind.

Der Nachteil dieser synthetisch-geometrischen Methode liegt auf der Hand. Jedes neue Problem verlangt eine individuelle Behandlung, die Kräfte der Besten waren kaum ausreichend, einfachere Fragen zu erledigen. Da gab Euler 1736 seine zweibändige Mechanik heraus, die erste analytische Mechanik.[1]) Damit war nicht nur ein Lehrbuch der bekannten mechanischen Probleme gegeben, sondern zugleich eine systematische Anleitung, neue Fragen zu beantworten, ein Rezept, nach dem jeder mit Leichtigkeit Aufgaben lösen konnte, an die nach der früheren Methode auch große Geister sich nicht heranwagen durften.[2])

Der freie Fall und der Wurf auch unter dem Einfluß reibender Kräfte, Planetenbewegung und Zwangskräfte sind die Materien, die Euler behandelt. Die Bewegung eines Massenpunktes auf gegebener Oberfläche erledigt er zuerst; er erkennt, daß die Bahnen kürzeste Bahnen sind[3]); hier waren geometrische Schwierigkeiten der Darstellung der Flächen zu überwinden.

Man fühlt beim Lesen der Mechanik die Freude heraus, die der Verfasser empfand, als er mit seiner Methode sich eine Wünschelrute geschaffen hatte, mit der sich unermeßliche Schätze heben ließen. Und er hob sie selbst, er zeigte an vielen, vielen Beispielen die Macht der analytischen Mechanik.

Seine Darstellung ist jedoch noch wesentlich verschieden von der heute üblichen. Er zerlegt Kraft und Beschleunigung nicht in die drei Komponenten eines rechtwinkligen Koordinatensystems, sondern er führt Tangential- und Normalbeschleunigung ein[4]), und zwar tut er dies nicht etwa, um Größen, die tatsächlich vom Koordinatensystem unabhängig sind, als von einem solchen unabhängig erscheinen zu lassen, wie man es heute in der Vektoranalysis gewohnt ist, sondern wir haben es mit Rudimenten der geometrischen Behandlungsweise zu tun, von der Euler sich noch nicht völlig frei zu machen verstanden hatte.

Einen großen Fortschritt bedeutet seine allerdings 30 Jahre später (1765) erschienene einbändige Mechanik.[5]) Hier macht er von festen rechtwinkligen Achsenrichtungen im Raume Gebrauch, die Mac Laurin 1742 zuerst eingeführt hatte, und erreicht dadurch die Eleganz und Symmetrie der Darstellung, welche eben diesen Koordinaten anhaftet. Es entspricht seiner Gewissenhaftigkeit und seiner kaum glaublichen Gründlichkeit, daß er die wesentlichsten Probleme der früheren zwei-

1) Mechanica, sive motus scientia analytica exposita. 2 Bände. Petersburg 1736. Deutsch von J. Ph. Wolfers, Greifswald 1848.

2) Euler sagt selbst (Mechanik 1, Vorrede S. 3): „Als ich anfing, Newtons Prinzipien und Herrmanns Phoronomie zu studieren, glaubte ich zwar, die Auflösung vieler Aufgaben genügend verstanden zu haben, allein ich konnte solche Aufgaben, die nur ein wenig verschieden waren, nicht auflösen."

3) P. Stäckel, Ber. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 1893, S. 447—448.

4) Mechanik 1, §§ 118, 160, 543, 547.

5) Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum. Rostock 1765. Deutsch von J. Ph. Wolfers. Greifswald 1853.

bändigen Mechanik nach der neuen Methode wiederholt. Doch damit begnügt er sich nicht. Während er früher nur die Bewegung eines Massenpunktes behandelt hat, geht er jetzt zum endlichen starren Körper über, berücksichtigt also auch Drehungen und ist Schöpfer der Kreiseltheorie, deren Bedeutung für astronomische Fragen ihn zur Beantwortung dieses Problems veranlaßt hatte. Nach ihm werden ja heute noch die Grundgleichungen der Kreiseltheorie in der bekanntesten Form benannt.[1])

Dabei führt er den bis dahin unbekannten Begriff des Trägheitsmoments ein[2]) und entdeckt die Eigenschaften der Hauptträgheitsachsen als freier Rotationsachsen.[3])

Zur Darstellung der Kreiselbewegung benutzt er ein im Raume und ein im Körper festes Koordinatensystem, deren gegenseitige Lage er durch die Winkel bestimmt, die heute noch Eulers Namen tragen.[4])

Interessant ist auch die Entwicklung Eulers in den mechanischen Grundbegriffen des Raumes und der Bewegung. Im ersten Werke noch Anhänger des absoluten Raums und der absoluten Ruhe wie Newton, vertritt er später die relativistische Raumauffassung, die allein Ausfluß der Erfahrung ist.

Er begnügt sich aber auf dem Gebiete der Mechanik nicht mit der reinen Theorie, er wendet dieselbe auch auf die Planetenbewegung an. Hier kann man ihn als Schöpfer der Methode der Variation der Elemente bezeichnen, d. h. er ersetzt die wirkliche Bahn in jedem Moment durch ihre oskulierende Ellipse. Allerdings hatte man die Störungen durch andere Himmelskörper schon früher durch eine Veränderung der Perihellänge, also durch Drehung der Bahnellipse in ihrer Ebene zu beschreiben gesucht, er vervollständigt das Verfahren, indem er auch die Elemente variiert, welche die Form der Ellipse bestimmen, also große Achse und Exzentrizität, während er die Bahnebene noch als konstant ansieht, d. h. ihre Neigung und die Länge des Knotens nicht verändert.

Damit hat er der theoretischen Astronomie in den Fragen der Störungsrechnung die Wege gewiesen, auf denen Lagrange und Laplace so erfolgreich gewandelt sind, deren Ziel man durch die Hamilton-Jacobischen Methoden der Mechanik erreicht hat.

Praktisch wichtig waren auch seine Untersuchungen über Ballistik. Vor ihm hatte schon Johann Bernoulli 1719 die Geschoßbahn berechnet unter der Annahme, daß der Luftwiderstand einer beliebigen Potenz der Geschwindigkeit proportional ist. Euler übersetzt 1745 die „Grundsätze der Artillerie" von Robins aus dem Englischen ins Deutsche und fügt Verbesserungen und Erläuterungen hinzu.[1]) Entsprechend seiner wissenschaftlichen Selbständigkeit ist diese Ballistik als neues, eigenes Werk zu bezeichnen, was man daraus erkennen kann, daß es bald wieder ins Englische übersetzt wurde, auch in Frankreich wurde es in den Artillerieschulen eingeführt.

Die Integrationen, welche bei diesem Problem notwendig waren, machten große Schwierigkeiten, doch analytische Hindernisse kennt Euler so leicht nicht. Er ersetzt die ballistische Kurve durch einen Polygonzug und legt so den Grund zu einer Theorie der approximativen Integrationsmethoden.

Doch beschränkt er sich nicht auf die Mechanik starrer Körper, er ist auch der Schöpfer einer wissenschaftlichen Theorie der Flüssigkeitsbewegung. Bekannt sind die Eulerschen und Lagrangeschen Gleichungen der Hydrodynamik; beide stammen von Euler.[2]) Lassen Sie uns das Wesen der beiden Gleichungssysteme betrachten, damit wir erkennen, wie mannigfach die Ideengänge des großen Forschers waren, die auf dasselbe Ziel hinstrebten.

Im Grunde sind natürlich beide Systeme ein Ausdruck der Newtonschen Bewegungsgleichungen. Die sogenannte Lagrangesche Form lehnt sich stark an die Methode der Mechanik n starrer Massenpunkte an. Die Koordinaten xyz eines Massenteilchens werden als Funktionen der Zeit bestimmt, zur Unterscheidung der einzelnen Massenpunkte dienen die Indizes 1 bis n. Bei einer kontinuierlichen Flüssigkeit sind unendlich viele Massenpunkte vorhanden, entsprechend braucht man unendlich viele unterscheidende Indizes; das sind die Größen, die man in der Hydrodynamik gewöhnlich mit a, b, c bezeichnet, und die z. B. die Koordinaten zur Anfangszeit sein können.

Einer ganz anderen Idee entspringen die Eulerschen hydrodynamischen Gleichungen. Hier wird die räumlich zeitliche Anordnung eines Vektorfeldes betrachtet, genau so, wie wir es z. B. in der Maxwellschen Theorie der Elektrizität und des Magnetismus gewohnt sind; an jeder Stelle werden zu jeder Zeit die Kom-

1) Diese Gleichungen waren schon abgeleitet in der Abhandlung: Du mouvement de rotation des corps solides autour d'un axe variable. Mém. de l'ac. roy. des sc. de Berlin, **14**, 1758.

2) Theoria motus § 422.

3) Theoria motus §§ 577 ff.

4) Siehe z. B. G. Kirchhoff, Vorlesungen über Mechanik. 4. Aufl. Leipzig 1897. S. 43. Theoria motus § 656.

1) Neue Grundsätze der Artillerie, aus dem Englischen des Herrn B. Robins übersetzt, und mit Anmerkungen begleitet. Berlin 1745.

2) Principes généraux du mouvement des fluides. Mém. de l'ac. royale des sciences de Berlin 11, 1755, und
De principiis motus fluidorum. Comment. acad. Petrop. **14**, Teil 1. 1770, S. 270.
Principia motus fluidorum. Comment. acad. Petrop. **6**, 1761, S. 271.

ponenten u, v, w eines Vektors bestimmt, der die Geschwindigkeit darstellt.

Doch nicht nur prinzipiell eröffnet Euler uns zwei verschiedene Methoden, die Flüssigkeitsbewegungen zu beschreiben, sondern auch im praktischen Gebrauch sind die beiden Gleichungssysteme von ganz verschiedenem Wert. Ist die äußere Begrenzung der Flüssigkeit variabel, so verdient die Lagrangesche Form den Vorzug, weil die a, b, c einen unveränderlichen Bereich haben, während bei zeitlich konstanter Begrenzung die Eulersche Form besser ist, da hier das Feld fest vorgeschrieben ist.[1])

Gravitation und Hydrodynamik verwendet Euler gleichzeitig in seiner Theorie der Ebbe und Flut.[2]) 1738 hatte die Pariser Akademie über dieses Thema einen Preis ausgeschrieben; gekrönt wurden Daniel Bernoulli, Euler, Mac Laurin und Cavalleri. Bernoullis Arbeit leistet wohl am meisten, doch sind Eulers und MacLaurins Untersuchungen in mathematischer Beziehung von Wichtigkeit.

Daß Euler hier keinen dauernden Einfluß hatte, liegt daran, daß er die Trägheitskräfte nicht mit berücksichtigt hat, welche durch die Erdrotation hervorgerufen werden, die aber von wesentlichem Einfluß sind. Hier hat Laplace bessernd und vervollständigend 1774 eingegriffen.[3])

Nicht unerwähnt dürfen die Arbeiten Eulers über Elastizität bleiben.[4]) Er stellte die Differentialgleichung der Elastica, d. h. eines dünnen, durch Gewichte gebogenen Stabes auf. Hier folgte er den Spuren Jacob Bernoullis[5]), während Daniel Bernoulli[6]) ihm die Methode angab, das Linienintegral des Quadrats der Krümmung längs der Kurve zu einem Minimum zu machen. Diese Untersuchungen wurden allerdings in den 70er Jahren des 18. Jahrhunderts von Coulomb wesentlich vervollständigt (1776).

Ferner bestimmte Euler die Maximalbelastung, welche eine Säule erfahren darf, damit sie nur zusammengedrückt, aber nicht geknickt wird, und brachte damit den Begriff der Stabilität in die Elastizitätslehre hinein.[7]) Dadurch gab er Lagrange[1]) die Anregung, die günstigste Säulenform zu berechnen.

Er[2]) und Daniel Bernoulli[3]) teilen sich in das Verdienst, auch die Dynamik der Elastizitätstheorie gefördert zu haben. Sie behandeln die Schwingungen fester Körper, stellen die Differentialgleichung der Transversalschwingungen von Stäben auf, ermitteln die Form der Funktionen, die wir jetzt Normalfunktionen nennen würden, und die Gleichung, die heute Periodengleichung heißt, und geben durch ihre theoretischen Studien über die Schwingungen von Platten Chladni die Anregung zu seinen bekannten experimentellen Untersuchungen über die Klangfiguren (1802).[4])

Daß bei allen diesen mechanischen Arbeiten die Variationsrechnung ergiebige Dienste leistete, brauche ich wohl kaum zu erwähnen. Diese hatte sich gerade an den physikalischen Anwendungen ausgebildet, Euler hatte sie in seiner sogenannten Methodus inveniendi zur festen Methode gemacht, und wenn er auch noch etwas an der geometrischen Darstellung hängt und sich noch nicht zur Freiheit der rein analytischen Behandlung durchringen konnte, so ist er doch als Gründer der Lagrangeschen Variationsrechnung zu betrachten.[5])

Lassen Sie mich seine Studien über Akustik, besonders über die Gründe der Konsonanz und Dissonanz in der Musik übergehen.[6])

Auch über die Verdienste Eulers um die praktische Optik, die in 3 Bänden Dioptrik[7]) zusammengefaßt sind, brauche ich kaum zu sprechen, da mein hochverehrter Lehrer Hoppe[8]) aus Hamburg ausführlicher darüber berichten wird. Ich möchte nur erwähnen, daß Euler

1) vgl. H. Weber, Partielle Differentialgleichungen der math. Physik **2**, 379.

2) Inquisitio physica in causam fluxus et refluxus maris. Preisschrift der Pariser Akad. 1740.

3) vgl. G. H. Darwin, Ebbe und Flut (deutsch v. A. Pockels), Leipzig 1902. S. 74.

4) Die Darstellung der Verdienste Eulers um die Elastizitätstheorie ist A. E. H. Love, Lehrbuch der Elastizität, deutsch von A. Timpe, Leipzig u. Berlin 1907, entnommen.

5) Jacob Bernoulli (1705) abgedruckt in den Gesammelten Werken **2**, Genf 1744.

6) siehe Fuß, Corresp. math. et phys. **2**, St. Petersburg 1843, 26. Brief an Euler, Okt. 1742.

7) Nova acta acad. Petrop. **2**, 1778, Teil 1.

1) Misc. Taurin **5**, 1773.

2) De curvis elasticis, Anhang zur Methodus inveniendi, Lausanne 1744.

3) Comm. ac. Petrop. **13**, 1761.

4) E. F. F. Chladni, Die Akustik. Leipzig 1802. — Eulers Behandlungsart der Schwingungen von Glocken ist nicht richtig. Er denkt sich die Glocke in dünne horizontale Ringe zerschnitten, deren jeden er wie einen krummen Stab behandelt. Dadurch wird die Änderung der Krümmung in vertikalen Schnitten vernachlässigt. — Tentamen de sono campanarum. Novi comm. acad. Petrop. **10**, 261 1766,; vgl. besonders S. 263 ff. u. Tab. 4, Fig. 1.

5) vgl. Abhandlungen über Variationsrechnung. Ostwalds Klassiker Nr. 46, herausgegeben von P. Stäckel.

6) Aber es mögen wenigstens die wichtigsten hierher gehörenden Arbeiten aufgezählt werden: Dissertatio physica de sono, Basel 1727. — Tentamen novae theoriae musicae, ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae. Petersburg 1739. — Briefe an eine deutsche Prinzessin 1, Brief 3 bis 8. — De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis. Novi comment. acad. Petrop. **18**, 1774. — De la propagation du son. Mém. ac. Berlin **15**, 1759. — Supplément aux recherches sur la propagation du son. ibid. — Continuation des recherches sur la propagation du son. ibid. — Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique moderne. Mém. ac. Berlin **20**, 1764. — Éclaircissements plus détaillés sur la génération et la propagation du son, et sur la formation de l'écho. Mém. ac. Berlin **21**, 1765.

7) Dioptrica, 3 Bände, Petersburg 1769, 1770, 1771.

8) vgl. diese Zeitschr. **8**, 856—858, 1907.

die sphärische Aberration kannte, und zwar sowohl die seitliche, wie die Längsaberration; er wußte, wie diese Fehler von der Öffnung des Objektivs abhängen, wußte, daß es bei Linsen mit kugelförmiger Begrenzung aplanatische oder aberrationsfreie Punkte gibt, die noch heute bei der Konstruktion der Mikroskopobjektive eine wichtige Rolle spielen.

Die Begriffe Helligkeit des Bildes, Apertur des Objektivs, deutliche Sehweite, Vergrößerung, Größe des Gesichtsfeldes, Länge des Fernrohrs waren ihm geläufig; er hat zuerst gegen die Newtonsche Behauptung protestiert, ein Achromat sei unmöglich, eine Behauptung, welche den englischen Forscher auf Grund eines falschen Experiments von den dioptrischen zu den katoptrischen Fernrohren sich wenden ließ.[1])

Auf Eulers Anregung wurden von Dollond 1757 zum ersten Male Objektive aus Crown- und Flintglas hergestellt, welche das erste Glied der sphärischen Aberration und zugleich das erste Glied der Chromasie beseitigten; Euler hat sich bemüht, solche dioptrischen Materialien auszusuchen, durch die das sogenannte sekundäre Spektrum verkleinert wird.

Dies ist eins der wenigen Gebiete, auf denen Euler selbst experimentiert hat. Durch seine Untersuchungen ist die Physik von dem Irrweg[2]) der Konstruktion katoptrischer Instrumente zurückgeführt worden auf den Pfad der Verbesserung der dioptrischen Instrumente, den sie von da an bis zur Neuzeit gewandelt ist.[3])

Sein Werk ist als ein Handbuch der Dioptrik anzusehen; viele, viele Fernrohre und Mikroskope sind so durchgerechnet, daß der Optiker auf Grund der numerischen Angaben sofort konstruieren könnte. Immer und immer wieder ist auf die technischen Schwierigkeiten und auf den kleinsten Einfluß mechanischer Fehler beim Schleifen der Linsen Rücksicht genommen.[4])

Während Euler in allen diesen Arbeiten das Bestreben hatte, mit analytischen Hilfsmitteln aus bekannten und anerkannten Prämissen physikalisch, astronomisch und technisch wichtige Resultate abzuleiten, also Einzelerscheinungen zu beschreiben, hat er bei der Abfassung seiner Äthertheorie den Gedanken, alle Einzelerscheinungen aus einer Quelle zu erklären. Gravitation, Wärme, Licht, Elektrizität und Magnetismus sind verschiedene Bewegungsäußerungen eines feinen Substrats, des Äthers. Diese Vereinheitlichung der mannigfachsten Phänomene führt er besonders in seiner neuen Theorie des Lichts und der Farben, in seiner Abhandlung über den Magneten und populärer in den „Briefen an eine deutsche Prinzessin" aus.

Zunächst muß er die Newtonsche Emanationstheorie ad absurdum führen. Falls es wirklich kleine Teilchen wären, die von der Sonne ausgeschleudert werden, so müßte innerhalb weniger Sekunden die ganze Sonne ins Weltenall zerstreut sein[1]), es wäre gar nicht daran zu denken, daß der interplanetare Raum bei Annahme der Emanationstheorie leer wäre, sondern die Lichtkörperchen müßten ihn ganz und gar erfüllen[2]) und mit einer so rapiden Geschwindigkeit gegen die Himmelskörper prallen, daß diese merkbar in ihrer Bahn gestört würden.[3]) Vor allen Dingen könnten aber die Lichtstrahlen, falls sie in translatorischer Bewegung materieller Teilchen beständen, sich nicht ungestört durchkreuzen; die experimentell sichergestellte Superposition zweier Lichtbewegungen wäre ein Ding der Unmöglichkeit.[4])

Deshalb erklärt er selbst die Lichterscheinungen als Schwingungen einer überall vorhandenen feinen Substanz, er nennt als seinen Vorgänger Descartes, spricht aber sonst immer von seiner eigenen Theorie. Nun hätte er Cartesius wohl mit Stillschweigen übergehen können[5]), denn wenn dieser auch versucht hat, die Schwere durch Ätherwirbel und das Licht durch Ätherschwingungen zu erklären, so sind seine Resultate doch belanglos, da er die Olaf Römerschen Beobachtungen über die Zeiten der Jupitermondverfinsterungen noch nicht kannte und infolgedessen die Lichtwirkungen

1) Newton glaubte, die Dispersion sei der Brechbarkeit proportional, Euler erhob Protest gegen diese Behauptung, weil er fälschlich meinte, das Auge sei achromatisch; er schrieb an Goldbach 12. 10. 1748, er habe ein achromatisches System aus Glas und Wasser berechnet. Der englische Optiker John Dollond bezweifelte Eulers Behauptung mit Hinweis auf Newtons Experiment; dagegen verteidigt Euler 1752 und 1753 seinen Standpunkt (Berl. Akad. Berichte **9**, 1753). 1754 bewies Klingenstjerna die Unrichtigkeit der Newtonschen Annahme, wodurch Dollond zur Konstruktion zweiteiliger (1757) und dreiteiliger (1758) Achromate geführt wurde. Euler glaubte die Entdeckung nicht, überzeugte sich aber bald vom Erfolg.

2) Die Konstruktion katoptrischer Instrumente ist deshalb als Irrweg zu bezeichnen, weil ein gegebener Fehler in der Form der Oberfläche bei einem Spiegel viel stärker in Betracht kommt als bei einer Linse, denn bei einem Spiegel kommt der ganze fehlerhafte Lichtweg d in der Luft, bei einer Linse nur $(n-1)\,d$ in Rechnung.

3) Zwei Fernrohre von Dollond mit dreiteiligen achromatischen Objektiven vom Jahre 1758 befinden sich im kgl. math. physikal. Salon im Dresdener Zwinger (dies sind also nicht die ersten zweiteiligen Objektive vom Jahre 1757).

4) vgl. z. B. De motu et attritu lentium, dum super catinis poliuntur. Novi comm. ac. Petrop. **8**, 254, 1763.

1) Opuscula **1**, S. 177, § 16.

2) Opuscula **1**, S. 172, § 7.

3) Opuscula **1**, S. 173, § 8—9.

4) Opuscula **1**, S. 179, § 19. In den Briefen an eine deutsche Prinzessin **1**, 17. Brief, wird das Sichdurchkreuzen zweier Lichtstrahlen nach der Emanationstheorie sehr drastisch mit dem Sichtreffen der Strahlen zweier Springbrunnen und der hierbei auftretenden Störung verglichen.

5) Schon die geometrische Anordnung, welche die Descartesschen globuli, die kleinen Ätherteilchen, in einem homogenen, isotropen Äther haben müßten, führt auf einen geometrischen Widerspruch. — Vgl. Opuscula **1**, S. 183, § 26.

als zeitlos ansieht.[1]) Es ist mir unverständlich, daß er den eigentlichen Schöpfer der Undulationstheorie, Huygens, nicht erwähnt, doch Prof. Hoppe sagte mir gestern, er wüßte den Grund und würde in seinem Referat darauf auch eingehen.[2])

Euler ist ja über Huygens hinausgegangen, denn während dieser die Äthererschütterungen als stoßartige ansieht, sind sie bei Euler periodisch, und die Dispersion wird richtig durch die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Schwingungszahl erklärt, auch werden die Farben der Körper — und das ist ganz modern — aus Resonanzphänomenen der kleinsten Teilchen abgeleitet[3]), aber in der Entwicklung des Reflexions- und Brechungsgesetzes steht er trotz mancher Unterschiede ganz auf Huygensschem Boden.

Diese Theorie schützt er nun gegen alle Einwände, hauptsächlich gegen das Bedenken, daß ein überall vorhandener Stoff die Planetenbewegung stören soll. Wie wir sahen, macht er gerade diesen Vorwurf der Emanationstheorie. Zweifellos stellt er sich die Lichtschwingungen als Longitudinalschwingungen vor. Man kennt ihre Geschwindigkeit und daraus folgt, wie beim Schall der Quotient aus Druck und Dichte nach der Newtonschen Formel[4]) der Schallgeschwindigkeit für den isothermen Fall $U = \sqrt{P/d}$. Da nun nur der Quotient gegeben ist, so steht es frei, die Dichte als sehr klein anzunehmen, was mit einigen Erscheinungen übereinstimmt, und auf Grund dieser kleinen Dichte findet er in der Abhandlung de relaxatione planetarum[5]), daß die säkularen Variationen der Elemente der Planetenbahnen kleiner als die damaligen Beobachtungsfehler sind, daß also dieser Einwand der Newtonianer nicht stichhaltig ist.

Alle Körper haben nach ihm Poren, große Poren, durch die der Äther frei hindurch kann, und kleinere, in denen man einen Überschuß an Äther, d. i. positive Elektrizität, oder einen Mangel an Äther, d. i. negative Elektrizität, hervorrufen kann. Die so entstehenden Druckdifferenzen bewirken die elektrostatischen Kräfte.

Der Äther ist aber keine einheitliche Substanz, es gibt feine und grobe Ätherteile. Die feinen Teilchen können in sehr dünne Kanäle der Magnete und des Eisens eindringen, während die groben zurückgehalten werden. In diesen magnetischen Kanälen sind Klappenventile, so daß die feinen Teilchen nur in einer Richtung den Magneten durchströmen können und zwar mit großer Geschwindigkeit.[1]) So entsteht um den Magneten herum ein Wirbel der magnetischen Ätherssubstanz. Am Nordpol tritt der Wirbel in den Raum hinaus, die Bahnen krümmen sich und kommen zum Südpol zurück. Die Teilchen kreisen also in geschlossenen Linien.[2]) Man glaubt, wenn man die Eulerschen Zeichnungen sieht, Faradaysche Kraftlinienbilder vor sich zu haben.

Diese drei Figuren aus Euler stellen die Wirbelbilder eines einzelnen und zweier mit entgegengesetzten resp. gleichen Polen einander gegenüberstehender Magnete dar.[3])

Euler sind die viel später wieder neu auftauchenden Begriffe der magnetischen Leitfähigkeit und des magnetischen Kreises geläufig, aber trotzdem wäre es ungerecht, wollte man Faradays und Maxwells Ruhm schmälern. Es ist noch nirgends die Andeutung von etwas Quantitativem. Die Krümmung der magnetischen Strömungslinien wird durch die Reflexionen der feinen magnetischen Ätherteilchen an den gröberen erklärt, nicht, wie bei Faraday, durch das Bestreben, sich zu verkürzen und sich gegenseitig abzustoßen.[4]) Aber die Kraftwirkungen folgen bei Euler schon qualitativ richtig.

1) Descartes ist 1650 gestorben, während die Römerschen Versuche erst aus dem Jahre 1676 stammen.

2) vgl. diese Zeitschr. **8**, 230, 1907.

3) vgl. Nova theoria lucis et colorum § 113. Opuscula 1, S. 235. Doch hat er bei der Ableitung dieses Resultats viele Schwierigkeiten zu überwinden, da ihm der Unterschied zwischen der regulären und diffusen Reflexion nicht klar ist. Vgl. Briefe an eine deutsche Prinzessin 1, Brief 24. Fälschlicherweise glaubt Euler, daß rotes Licht der größeren, blaues der kleineren Schwingungszahl entspricht. l. c. § 84, S. 218; siehe aber dagegen Briefe an eine deutsche Prinzessin, 1, Brief 31, wo er Rot den tiefen, Blau den hohen Tönen zuordnet.

4) J. Newton, Principia **2**, prop. 47. — Newtons Formel stimmte nicht für die Geschwindigkeit des Schalls, da diese nicht isothermen, sondern adiabatischen Dichtigkeitsänderungen der Luft entspricht. Die richtige Formel $u = \sqrt{1{,}4\, p/d}$ wurde erst von Laplace aufgestellt. Es ist für Eulers Bewertung des Experiments charakteristisch, daß er trotzdem (Opuscula 1, S. 194) die Newtonsche Formel zur Grundlage seiner Betrachtungen machte.

5) Opuscula, Teil 1, S. 245; im Inhaltsverzeichnis ist diese Abhandlung, De perturbatione motus planetarum a resistentia aetheris orta genannt. — Die Zahlenangaben über die Dichte und Elastizität (Druck) des Äthers sind in der Nova theoria lucis et colorum. Opuscula 1, S. 195 diskutiert.

1) Euler schließt (De Magnete § 15. Opuscula 3. Teil, S. 11) aus den Eigenschaften der Blutbahn auf die der magnetischen Kanäle, „da die Natur in ihrem Wirken immer dieselben Gesetze beobachtet und zur Erzielung ähnlicher Effekte immer ähnliche Mittel benutzt".

2) Joh. Peter Eberhard (Erste Gründe der Naturlehre, Halle 1753) nimmt auch Kanäle mit Ventilen in den Körpern an und eine magnetische Materie. Die Kräfte kommen bei ihm aber durch Druckwirkung infolge von Anhäufung dieser Materie, nicht durch Wirbel zustande.

3) vgl. Euler, Opuscula Teil 3, Figurentafel 1, Fig. 9; Tafel 2, Fig. 30. Dort sind noch viele Figuren, die die magnetische Leitfähigkeit und den magnetischen Kreis illustrieren. Siehe auch die Figuren im 3. Bande der Briefe an eine deutsche Prinzessin.

4) Euler, De Magnete, § 20. Opuscula, Teil 3, S. 15.

Magnetische Wirbel gibt es auch im Umkreis der Erde, sie erzeugen den Erdmagnetismus; durch den Anprall der feineren magnetischen Materie beim Ausströmen aus den Poren der Erde gegen den gröberen Äther wird dieser zurückgedrängt, es entsteht eine Druckverminderung des Äthers in der Nähe der Erde. Euler meint, es sei recht plausibel, daß diese Druckverminderung umgekehrt proportional dem Abstand vom Erdmittelpunkt sei, und dann folgt, daß ein ponderabler Körper umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung von der Erde angezogen wird.[1]) So hat er die Gravitation auch auf Ätherbewegungen zurückgeführt. Er eliminiert eigentliche Kräfte und erklärt dieselben durch die Bewegungen verborgener Massen, indem er diesen die Grundeigenschaften der Materie: Raumerfüllung, Undurchdringlichkeit und Trägheit zuschreibt. Das ist genau der Ideengang Heinrich Hertz' in seiner Mechanik.[2])

Ich mußte auf die Eulersche Äthertheorie so genau eingehen, da ich sie nicht als bekannt voraussetzen durfte, andererseits aber gerade Eulers Stellung zu diesen Fragen ihn hell in seinem physikalischen Streben beleuchtet. Die Lücken seiner Überlegungen werden Sie schon übersehen. Die quantitative Annahme über die Druckverminderung des Äthers in der Nähe der Erde ist ganz willkürlich, jedenfalls nicht bewiesen, er macht sie nur, damit die Gravitationswirkung umgekehrt proportional r^2 wird; in Wirklichkeit hat er hier von hinten angefangen. Ferner wird die Kraft proportional dem Volumen und nicht der Masse des angezogenen Körpers, und schließlich müßte eine Beziehung zwischen kosmischem Magnetismus und Gravitation bestehen, welche damals wie heute unbekannt war, und von Euler auch nicht postuliert wurde.

Aber bedenken Sie den damaligen Stand der Wissenschaft. Die Coulombschen Gesetze[3]) waren noch nicht entdeckt, die Beziehungen zwischen Elektrizität und Magnetismus waren noch unbekannt, man wußte noch nichts von dem Zusammenhang der optischen mit den elektromagnetischen Erscheinungen. Da kann man gar nicht genug die großzügige Idee anstaunen, die mit so wenigen Mitteln es versteht, im großen und ganzen alle physikalischen Vorgänge einfach und einheitlich zu beschreiben.

1) Euler schreibt am 25. 4. 1744 an Goldbach, er habe auf Grund einer Magnettheorie die Gravitation erklärt, er werde aber den Preis der Pariser Akademie nicht bekommen, da er die Engländer angegriffen habe.

2) Ähnliche Vorstellungen von dem Mechanismus des Äthers, der die Gravitation bewirkt, hatte Newton vor Euler; später ist dieser Gedanke besonders von Lesage aufgenommen. vgl. J. Zenneck, Math. Encykl., 5, 2, Anm. 109 u. 127. Einwände gegen diese Theorien, ibid. § 32, 33.

3) Die Coulombschen Gesetze sind in 4 Abhandlungen der Pariser Akademie 1785—1786 enthalten.

Wie gewaltig muß der Drang nach Vereinheitlichung der Prinzipien in Euler gewesen sein, der trotz seiner mathematisch-physikalischen Schulung es wagte, eine solche Theorie aufzustellen, ohne genügendes Tatsachenmaterial zur Verfügung zu haben.

Ganz gerecht werden wir den naturwissenschaftlichen Leistungen Eulers erst, wenn wir auch sehen, in welchen Beziehungen er nicht Physiker im modernen Sinne gewesen ist.

Das Bestreben, die Gravitation auf Äthererscheinungen zurückzuführen, finden wir auch in neuerer Zeit ausgeprägt, aber bei uns ist die Frage erst erledigt, wenn wir entschieden haben, ob das Newtonsche Gesetz nur genähert gilt; bei Euler sind es lediglich Einheitsgedanken, die ihn seine Gravitationstheorie aufstellen lassen, er ist zufrieden damit, das bekannte Newtonsche Gesetz abzuleiten und zu konstatieren, daß die Abweichungen der Theorie von demselben kleiner als die Beobachtungsfehler sind.

Er scheut sich auch nicht, theologische und teleologische Gedanken in seine Betrachtungen zu mischen[1]), ja, er benutzt solche sogar als Beweismittel, so beim Maupertuisschen Prinzip, welches man in seiner strengen Fassung Euler verdankt. Es ist eine seltsame Tücke des Schicksals, daß die physikalischen Behauptungen auf Grund von Zwecküberlegungen bei Euler fast alle falsch sind[2]); ich erwähne diese teleologische Auffassung nur, weil sie charakterisch für das Innenleben eines Zeitgenossen Voltaires ist; von Lagrange wurde gegen diese Auffassungsweise Eulers und gegen ihre Fruchtbarkeit in den Naturwissenschaften später auch energisch protestiert.

Manchmal ist Euler reiner Analytiker. Trotzdem er davon überzeugt ist, daß der Luftwiderstand proportional der 2. Potenz der Geschwindigkeit ist, behandelt er auch andere Gesetze, „teils", wie er selbst sagt, „um desto mehr Aufgaben in betreff der Bewegung in widerstehenden Mitteln aufzulösen, teils und hauptsächlich, um Gelegenheit zu erhalten, mehrere vorzügliche Rechnungsbeispiele an-

1) Vgl. z. B. Nova theoria lucis et colorum § 21. Opuscula 1, S. 181, „ut simplicitati naturae convenientissima ac dignissima videatur".

2) So sollte es der Größe des Schöpfers entsprechen, daß die Natur nach dem Prinzip der kleinsten Wirkung verfährt. In Wahrheit ist die von Maupertuis als Wirkung bezeichnete Größe gar nicht immer ein Minimum. Vgl. Jacobi, Vorlesungen über Dynamik; H. Hertz, Mechanik Art. 615. — Ferner soll die Allmacht und die unendliche Weisheit des Schöpfers uns achromatische Augen gegeben haben. Briefe an eine deutsche Prinzessin 1, Brief 41 bis 44. — Dieser Achromatismus des Auges, der in Wirklichkeit gar nicht vorhanden ist, veranlaßt Euler zum Protest gegen die Newtonsche Behauptung, daß ein Achromat unmöglich sei. — Dies sind nur Proben. Ähnliche Stellen finden sich sehr zahlreich in Eulers physikalischen Schriften.

zuführen".[1]) Manchmal werden Spezialisierungen gemacht, die nur im Interesse der Lösbarkeit des Problems sind, manchmal wird gefragt, welches physikalische Gesetz wirken müßte[2]), damit die Kurve algebraisch wird, manchmal häufen sich Beispiele ohne praktischen Wert, aus reiner Freude an der Analysis.

Aber das muß man Euler lassen: sobald es sich um praktische Anwendungen handelt, wie in der Astronomie und Technik, da ist ihm kein Mittel zu schwer, keine Methode zu uninteressant. Er bewältigt mit staunenswerter Geschicklichkeit die verwickeltsten Rechnungen, um übersichtliche und praktische Resultate zu bekommen.

Wir bewundern in ihm den gewaltigen physikalischen Analytiker, der die Einzelheiten, und den großen Naturphilosophen, der die Einheiten der Naturvorgänge suchte.

1) Mechanik, Bd. 1, deutsch v. Wolfers, Vorrede S. 7, siehe auch ibid. § 382.
2) z. B. Mechanik 1, § 289.

(Eingegangen 27. September 1907.)

H. E. Timerding (Straßburg), Eulers Arbeiten zur Schiffsmechanik.

Eulers Arbeiten zur Schiffsmechanik zählen nicht zu den bekanntesten seiner sehr zahlreichen wissenschaftlichen Veröffentlichungen. Sie enthalten auch nur zum geringen Teile mathematische Entdeckungen, die für alle Zeiten gültig bleiben, aber doch gehören sie durch ihre praktische Bedeutung für die Entwicklung eines rationellen Schiffbaus zu dem Wichtigsten, was Euler geleistet hat.

Der Wissenszweig, dem sie gewidmet sind, war, als sie entstanden, noch ganz neu. Der erste Schritt, um den Schiffbau aus der handwerksmäßigen Übung der Schiffszimmerleute zu einer technischen Wissenschaft zu entwickeln, geschah im Jahre 1681 durch eine in Paris abgehaltene schiffstechnische Konferenz. An derselben nahm der Chevalier Renau teil, der zuerst die Konstruktion der Schiffe nach bestimmten Plänen und Rissen einführte. Einige Unrichtigkeiten, die er sich in einer Schrift über die Bewegung der Schiffe zuschulden kommen ließ, führten Huygens und Joh. Bernoulli an diese Aufgaben heran, und so hat sich zuerst von wissenschaftlicher Seite das Interesse auf die Theorie des Schiffes gelenkt. Die Pariser Akademie hat es dann kräftig weitergefördert, indem sie bis zur Revolution hin einen großen Teil ihrer Preisaufgaben dem Gebiete der Schiffsmechanik entnahm. So trat Euler selbst i. J. 1727 mit der Bearbeitung einer Preisaufgabe über die Bemastung der Schiffe hervor.[1])

Der Gedanke an eine umfassende Bearbeitung des ganzen Gebietes wurde in ihm 1735 erweckt, durch eine Mitteilung, die La Croix der Petersburger Akademie über die Stabilität der Schiffe machte, ohne eine exakte Lösung des Problems geben zu können. Diese Lösung suchte und fand Euler auf folgendem Wege: Wenn das im ruhigen Wasser schwimmende Schiff gekrängt, d. h. nach einer Seite übergeholt wird, so treten, falls es stabil ist, Kräfte auf, die es in seine Gleichgewichtslage zurückzubringen streben. Diese Kräfte lassen sich auf zwei Kräftepaare, d. h. Paare entgegengesetzt gleicher Kräfte zurückführen. Die Kräfte des einen Paares repräsentieren das Gewicht des Schiffes und den ursprünglichen Auftrieb, die Kräfte des anderen Paares den Auftrieb des neu eingetauchten und den entgegengesetzten Auftrieb des bei der Krängung austauchenden Teiles. Die Momente dieser beiden Kräftepaare, und somit auch ihre Summe, sind bei kleinen Neigungen dem Sinus des Krängungswinkels proportional, und der zu diesem Sinus in der Momenten-Summe hinzutretende Faktor ist das, was Euler als das mathematische Maß für die Stabilität des Schiffes ansieht.

Dies war für ihn der Anfang einer Entwicklung der ganzen Theorie des Schiffes. Nachdem die Petersburger Akademie die Veröffentlichung des Werkes übernommen hatte, ging er i. J. 1737 an dessen Ausführung und hatte es, als er 1741 Petersburg verließ, zu drei Vierteln gefördert. Aber trotzdem er den Rest bereits im nächsten Jahre fertigstellte, verzögerte sich der Druck noch volle acht Jahre. Erst 1749 erschien das Buch als Scientia navalis seu Tractatus de construendis ac dirigendis navibus in zwei Bänden, von denen der erste der allgemeinen Theorie der schwimmenden Körper, der zweite der speziellen Theorie des Schiffes gewidmet ist.

Inzwischen aber war 1746 Bouguers Traité du navire herausgekommen, der ganz ähnliche Gesichtspunkte verfolgte. So sah sich Euler die Priorität der ganzen Idee und mancher Einzelheiten genommen. Aber so wenig dadurch sein Verdienst geschmälert wird, so wenig ist es zu bedauern, daß zwei in ihrer Art gleich bedeutende Männer einen derartig wichtigen Gegenstand unabhängig voneinander fast gleichzeitig einer Bearbeitung unterzogen. Denn beide Werke ergänzen sich in glücklicher Weise.

Eulers Stärke und Freude ist die mathematische Analyse. Trotz allem, was er selbst

1) Recueil des pièces qui ont remporté le prix de l'académie, t. II.

dagegen sagt, ist sein eigentliches Ziel, sein innerstes Interesse die theoretische Klärung. Bouguers Sinn ist von vornherein mehr auf das Praktische gerichtet. Er gibt, was Euler im allgemeinen verschmäht, ausführlich ausgerechnete Beispiele, er geht ein auf die Herstellung der Spantenrisse, die praktische Ausführung der Volumberechnungen, die Dimensionierung der Bemastung nach der Größe und angestrebten Geschwindigkeit des Schiffes. Euler dagegen sucht so ausschließlich die analytischen Probleme, die in der Schiffstheorie stecken, daß er nicht einmal eine ordentliche Figur gibt und kein Mensch aus seinem Buche erfahren könnte, wie ein Schiff eigentlich aussieht. Merkwürdigerweise kehrt sich das Verhältnis in einem Punkte um. Bouguer fügt langwierige Rechnungen zur Bestimmung der günstigsten Form des Schiffsbuges ein, während Euler die schwerfälligen Segelschiffsformen jener Zeit einspruchslos akzeptiert und nur aus der Statik der Segelführung die kreisbogenförmige Gestalt des Vorderstevens bestimmen will. Eine Konstruktion nach allen Seiten hin auf ihre Ausführbarkeit und Zweckmäßigkeit zu prüfen, war nicht sein Fall, ein hervorspringender Gesichtspunkt hält ihn fest, technische Einzelheiten vermag er nicht zu erwägen. Seine anfänglichen Untersuchungen über Bemastung und Takelung verlangen Rahen, die gegen den Abstand der Masten viel länger sind, als es die Manövrierfähigkeit und richtige Ausnutzung des Windes gestattet.

Dafür erfaßt Eulers Blick die theoretische Aufgabe in viel weiterem Umfange als Bouguer, und wenn die Zukunft einmal eine nach allen Seiten befriedigende Ausführung der Schiffsmechanik beschert, wird sie Schritt für Schritt auf den Spuren Eulers wandeln.

Nur in einem Punkte hat sich heute schon die Auffassung völlig geändert. Euler glaubt die Bewegung des Schiffes von der seiner Umgebung völlig trennen und beide nur in kausale Abhängigkeit bringen zu müssen. Für uns sind sie aber untrennbar Eines. Euler verführte das Bild der Newtonschen Himmelsmechanik, wo die Kräfte von der Bewegung unabhängig sind, auch hier die Aufgabe so zu zerlegen, daß er die Bestimmung der auf das Schiff wirkenden Kräfte von der Bewegung des Schiffes unter der Einwirkung bestimmter Kräfte schied, während wir Schiff, Wasser und Luft als ein mechanisches System ansehen müssen.

Dabei hat aber gerade die Behandlungsart Eulers vom historischen Standpunkte aus die größte Bedeutung. Denn einmal wurde so die für die Technik des Schiffbaus wichtige Frage, welchen Kräften das Schiff ausgesetzt ist, erledigt, andererseits schuf Euler so erst das fundamentale Problem der Bewegung eines starren Körpers unter der Einwirkung bestimmter Kräfte und die spätere Lösung dieses Problems ist eine seiner größten Leistungen.

Als er aber an das Problem der Schiffsbewegung ging, besaß er diese allgemeine Lösung noch nicht und war daher auf eine provisorische Erledigung der Aufgabe für den vorliegenden Fall angewiesen. Der Gedanke, der ihn hierbei zunächst leitet, ist die naheliegende Trennung der fortschreitenden und der schwingenden Bewegung des Schiffes. Die erstere verläuft im wesentlichen horizontal und zerlegt sich naturgemäß in eine Translationsbewegung, die sich nach der Bewegung des Schwerpunktes bestimmt, und eine Drehung um die durch den Schiffsschwerpunkt gehende vertikale Achse. Jene, bei der noch von schwingenden Bewegungen des Schwerpunktes abstrahiert werden muß, ist eine Wirkung des Windes bei Segelschiffen oder des Propellers bei Schiffen mit eigenem Antrieb, die drehende Bewegung dagegen im wesentlichen eine Wirkung des Steuerruders. Dabei ist zu beachten, daß die Fahrtrichtung des Schiffes, auch wenn es nicht dreht, keineswegs immer mit der Kielrichtung zusammenfällt, sondern mit dieser einen Winkel bildet, der als Abtrift bezeichnet wird.

Die Beschreibung dieser Bewegungsvorgänge ist nun möglich auf Grund der von Huygens und Newton gegebenen Prinzipien, und sie ist auch, so wie sie Euler gibt, einwandfrei. Auch der Theorie, die er hierbei für die Wirkung des Steuerruders aufstellt, ist prinzipiell nichts Wesentliches hinzuzufügen gewesen. Anders aber steht es mit den Schiffsschwingungen. Wohl hatte Huygens in seinem Horologium oscillatorium das Problem der Schwingungen eines starren Körpers um eine feste Achse gelöst, aber hier handelt es sich um Schwingungen, deren Achse noch unbestimmt ist und möglicherweise bei der Bewegung wechselt.

Euler zerhaut den Knoten, den er nicht lösen kann. Er zerlegt die Schwingungen nach drei zueinander senkrechten Achsen, von denen er zwei in der Symmetrieebene des Schiffes und zwar die eine parallel zum Kiel annimmt, und stellt die besondere Hypothese auf, daß die Schwingungen um eine dieser Achsen jedesmal durch die Schwingungen um die anderen beiden nicht gestört werden. Nun ist sofort klar und mußte auch Euler bekannt sein, daß Schwingungen um eine der drei Achsen Zentrifugalkräfte zur Folge haben, die bei den Schwingungen um eine der beiden anderen Achsen zu den wirkenden Kräften hinzutreten und nur dann vernachlässigt werden können, wenn die Amplituden und damit die Winkelgeschwindigkeiten der Schwingungen sehr klein sind. Da dies Euler bei allen An-

wendungen voraussetzt, braucht man diesen Einwand gegen seine Hypothese trotz der irreleitenden Formulierung nicht geltend zu machen.

Aber dennoch bleibt die Frage, wie Euler aus dieser Hypothese die Anwendbarkeit der einfachen Formel für die Schwingungen um eine feste Achse, um die es sich bei ihm handelt, ableiten kann. Denn hierfür müssen die Bezugsachsen die Eigenschaft der festen Achse haben, daß der Körper, sich selbst überlassen, fortfährt, mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit um sie zu rotieren. Das gilt aber nur für die zu der Symmetrieebene des Schiffes senkrechte Achse, die anderen beiden sind keine „Hauptträgheitsachsen", besonders nicht bei den Schiffen der damaligen Zeit, die nach dem Heck zu hoch aufgebaut waren.

Trotzdem ist die allgemeine Art der Zerlegung die, welche Euler später zu der wirklichen Lösung des Problems geführt hat. Diese Zerlegung der Schiffsbewegung in Teilbewegungen wurde aber Euler durch die seemännische Praxis geliefert, und diese Praxis, die in der Tat ja nichts anderes ist als mit Auge und Hand geübte, statt mit dem Kopf erkannte Mechanik, hat sonach an der Wiege der theoretischen Bewegungsgesetze des freien starren Körpers gestanden.

Diese Bewegungsgesetze sind es aber eigentlich nicht, aus denen die Schiffsschwingungen zu bestimmen sind, denn mit dem Schiffe schwingt auch ein Teil des umgebenden Wassers, und wenn es hier Hauptträgheitsachsen gibt, so fallen sie nicht ohne weiteres mit denen des freien starren Körpers zusammen. Darum kann der Eulersche Ansatz unter Umständen doch der Wahrheit näher kommen, als man es seiner Begründung nach erwarten darf.

Was der Eulerschen Schiffsmechanik fehlt, ist eben die Kenntnis und Beachtung der Bewegungsvorgänge in dem das Schiff umgebenden Wasser. Auf der Wirbel- und Wellenbildung in der Nähe des Schiffes beruht aber der eigentliche Bewegungswiderstand, den Euler wie alle seiner Zeit in der direkten Stoßwirkung des Wassers auf den Bug des Schiffes suchte, und auch die Wirkung des Windes auf die Segel, die Euler auf genau analoge Weise erklärt, beruht auf Bewegungsvorgängen in der Luft, deren Beschreibung und Messung freilich bis heute auch nicht annähernd geglückt ist.

Wenn auch der Wasserwiderstand innerhalb gewisser Grenzen annähernd dem Newtonschen Gesetze folgen und sich dem Quadrate der Geschwindigkeit und der auf gewisse Weise reduzierten eingetauchten Fläche des Hauptspantes proportional erweisen sollte, so bleibt die ursprüngliche Begründung doch unrichtig. Wie unklar dieselbe war, zeigt sich daraus, daß Euler dies Widerstandsgesetz auf zwei einander widersprechende Arten ableitet, einmal nach dem Prinzip des unelastischen Stoßes, das andere Mal nach dem Prinzip der Energieerhaltung. Er bekommt auch das eine Mal einen doppelt so großen Wert wie das andere Mal, ohne sich daran zu stoßen, denn auf einen konstanten Faktor komme es nicht an.

Wo die theoretische Ableitung versagt, müssen Experiment und Beobachtung eingreifen. Einen ungeheuren Fortschritt bedeuten deshalb die Versuche, die 1775 Bossut mit d'Alembert und Condorcet zusammen anstellte und durch welche einerseits zum ersten Male die Grenzen der Gültigkeit des Newton-Widerstandsgesetzes festgestellt und andererseits die Bedeutung des umgebenden Wassers für den Widerstand nachgewiesen wurde, indem man diesen größer fand in einem engen Kanal als in einem weiten Bassin.

Demgegenüber erscheint es wie rückständig, wenn Euler noch 1781[1]) in der alten apriorischen Weise den Bewegungswiderstand zu erschöpfen sucht, indem er zu der Stoßwirkung die Reibung an den Schiffswänden hinzunimmt. Indem er diese als einen konstanten Bruchteil des Gesamtdruckes, den hydrostatischen Druck eingeschlossen, hinstellt, muß er eine Reibung auch annehmen, wenn keine Bewegung vorhanden ist.

Viel bedeutender ist eine andere Ergänzung, die er in einer Pariser Preisschrift von 1759[2]) seiner Theorie des Schiffes gab. Da der Schiffsrumpf kein absolut starrer Körper, sondern je nach seiner Konstruktion von größerer oder geringerer Widerstandsfähigkeit ist, so ist es für den Schiffbau von fundamentaler Wichtigkeit, die Beanspruchung des Schiffes unter den verschiedenen vorkommenden Umständen zu kennen. Euler berechnet nun zunächst das Biegungsmoment des Kieles im ruhigen Wasser, genau wie es heute noch gebräuchlich ist, aus der Verteilung von Gewicht und Auftrieb auf die einzelnen Querabschnitte des Schiffes. Er erörtert aber auch die Erhöhung dieser Beanspruchung im Seegange, wo durch das verschiedene Eintauchen der einzelnen Teile die Verteilung des Auftriebes eine andere wird und auch noch die Stoßwirkung des aufprallenden Wassers hinzukommt. Er erwähnt aber nicht den eklatantesten Fall, wo das Schiff in zwei Seen steht und die Mitte ausgetaucht ist. Der Grund ist, glaube ich, einfach der, daß er, wie es auch aus manchem anderen hervorgeht, keine Anschauung von der Ausdehnung der Ozeanwellen hatte. Bouguer war darin gegen ihn durch seine großen Seereisen im Vorteil.

1) Mémoires de l'acad. royale des Sciences de Paris (année 1781).

2) Examen des Efforts etc. (Recueil des pièces etc. t. 8, 1761).

Die Arbeiten Eulers im einzelnen zu analysieren würde zu weit führen, wir wollen nur noch kurz seine Untersuchungen über die Schiffspropeller erwähnen. Die Theorie des Ruderns hat er zuerst 1747 in den Abhandlungen der Berliner Akademie und darauf in der Scientia navalis behandelt. Er zeigt durch zahlmäßige Berechnung, wie unrationell die damals noch gebräuchlichen großen Ruderschiffe seien, und bringt als eine bessere Triebvorrichtung die Schaufelräder in Vorschlag. Das Resultat seiner Berechnung derselben stimmt im wesentlichen mit den heutigen Konstruktionsregeln: breite Räder mit schmalen, nicht zu tief eintauchenden Schaufeln. Er denkt sich zuerst die Schaufelräder durch einen Kurbelantrieb in Bewegung gesetzt, in einer Pariser Preisschrift vom Jahr 1753 über die Schiffspropeller[1]) zieht er aber ein Gangspill mit Zahnradübertragung vor.

In der erwähnten Abhandlung nennt er neben dem Schaufelrade auch die Schiffsschraube, auf die ihn die Analogie der Windmühlenflügel brachte. Er denkt sich aber die Schraube wie die Schaufelräder nur mit dem unteren Teile eingetaucht. Er berechnet ihre Wirkung ganz richtig nach dem Prinzip der schiefen Ebene und konstatiert eine störende Tendenz zu einer seitlichen Bewegung. Er meint, diese Tendenz müsse durch das Steuerruder kompensiert werden, kommt aber nicht darauf, daß sie verschwindet, wenn die Schraube ganz in das Wasser versenkt wird.

Merkwürdigerweise hat an dieser Stelle Euler auch die dritte der in der Folgezeit zur Ausführung gekommenen Triebvorrichtungen genannt: einen unter Wasser austretenden, durch eine Pumpe erzeugten Reaktionsstrahl. Das erste Reaktionsschiff wurde fast genau 100 Jahre nach Eulers Arbeit von Seydell in Stettin gebaut. Heute ist das System als unrationell längst wieder aufgegeben worden.

Aus solchen Konstruktionsvorschlägen Eulers spricht ein großer technischer Scharfsinn. Aber wir werden doch immer wieder daran erinnert, daß Eulers eigentliche Heimat die Welt der mathematischen Formen und nicht die materielle Wirklichkeit ist. Neben den praktischen Vorschlägen stehen auch ganz phantastische, unrealisierbare. (Wie wenn er durch eine im Wasser rückwärts gestoßene Platte ein Schiff vorwärts bewegen will oder durch ein Mühlrad ein Tau aufrollen läßt, an dem ein Schiff stromauf gezogen werden soll.[2]) Ihn reizt mehr das mathematische Vorstellungsbild als die wirkliche Ausführung. Es ist vom praktischen Standpunkte nicht gerechtfertigt, wenn er Schiffsformen zustrebt, die geometrisch einfache Eigenschaften zeigen, aber es ist wiederum mathematisch interessant, wenn dabei die Lehre von den affinen Figuren herausspringt.

Er denkt mehr an die Eleganz seiner Formeln als daran, wieweit die in sie aufgenommenen Größen faktisch bestimmbar sind und wieweit sie die für die Praxis nötige Einfachheit besitzen. Sie sind ihm fast immer nur die Lösung eines theoretischen Problems. Experimente sind ihm unlieb, und er teilt den Irrtum mancher anderen Denker, daß eine philosophisch gefärbte Deduktion wertvoller sei als eine zielbewußt geleitete und methodisch verwertete Erfahrung.

Dabei eignet ihm in hohem Maße die Gabe einer schlichten klaren Darstellung. Es war ein Glück, daß er diese Gabe benutzte, um die in der Scientia navalis mit der Formelsprache der hohen Analysis ausgedrückten Ideen 24 Jahre später noch einmal in gekürzter und populärer Form unter dem Titel Théorie complète de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux zu wiederholen. Er hob hierbei das Wesentliche kräftiger hervor und ging mehr als in dem großen Werke auf das Praktische ein. Aber für uns bleibt es merkwürdig, daß er auch hier aus der bloßen Kenntnis von Länge, Breite und Tiefgang des Schiffes samt seiner Segelfläche die Formeln für die Bewegung ableiten will, ohne irgendwelche weiteren experimentellen Daten hinzuzunehmen. Indessen mußten diese Formeln in ihrer Einfachheit und Eleganz, gerade weil sie keine unbequemen empirischen Koeffizienten involvierten und wie die analytische Lösung eines elementar-geometrischen Problems erschienen, etwas Bestechendes haben. Die Formel für die Abtrift, die Euler hier gibt, ist mit einigen notwendigen Modifikationen bis auf die heutige Zeit in Ehren geblieben. Die Darstellung der Stabilität hat er in der alten Form beibehalten, den Begriff des Metazentrums, durch dessen Einführung Bouguer der Darstellung der Stabilität die anschaulichste und einfachste Form gegeben hatte, benutzt er nicht, dagegen führt er mit ausdrücklicher Berufung auf Bouguer den ebenso wichtigen Segelschwerpunkt (centre vélique) ein.

Alles in allem bedeutet die kleine Schrift einen großen Fortschritt, denn sie trug die neue Wissenschaft in weite Kreise und machte für sie Propaganda. Turgot führte sie an den französischen Marineschulen ein, und — so eigentümlich ist hier der Zusammenhang der Dinge — da sie eine gewisse Kenntnis der elementaren Statik erforderte, ergänzte sie Monge ein paar Jahre später durch ein kurzes, hierauf bezügliches Lehrbuch. Dieses gab seinerseits den Anstoß zu Poinsots Statik,

1) De promotione navium sine vi venti (Recueil des pièces etc. t. 8, 1761).

2) Nova acta acad. Petrop., t. IV, 1780, pars I.

in der er durch eine glückliche Idee, die der Kräftepaare, die Mongesche Darstellung noch anschaulicher und einheitlicher gestaltete. Hieran hat sich dann die ganze weitere Entwicklung der Statik geknüpft. Die Kräftepaare aber, die an dem Ausgangspunkte dieser Entwicklung stehen, sind selbst wieder zuerst in der Schiffsmechanik, bei der Frage der Stabilität, deutlich erkennbar aufgetreten.

Während so Euler selbst durch die Beschäftigung mit der Theorie des Schiffes den Anstoß erhielt, die Kinetik der festen Körper auszubauen, gab er dadurch auch mittelbar den Anstoß für die Entwicklung der Statik, zu der er selbst nicht kam.

(Eingegangen 12. Oktober 1907.)

Albert Schreiber (Niedersedlitz), Über die Bestimmung der Seehöhen bei Ballonfahrten durch mechanische Quadratur.

Die Darstellung der bei wissenschaftlichen Luftfahrten beobachteten meteorologischen Elemente als Funktion der Seehöhen muß sich bis auf weiteres auf die Methode der barometrischen Höhenmessung stützen, da die bisherigen Versuche, die Ballonhöhen durch geodätische und photogrammetrische Operationen zu ermitteln, zu ausreichenden Ergebnissen noch nicht geführt haben.

Nach dem derzeitigen Stande der Wissenschaft ist man darauf angewiesen, die Berechnung barometrisch ermittelter Höhenunterschiede auf die Laplacesche Differentialgleichung

$$-dh = R\,T\frac{dp}{p}$$

(R Gaskonstante, T absolute Temperatur, p Luftdruck, h Höhe) zu stützen, da die Versuche, die Höhenberechnung thermodynamisch zu begründen, bisher lediglich auf die sogenannte Guldberg-Mohnsche Formel geführt haben, die numerisch nahezu dieselben Höhen ergibt, wie die Bauernfeind-Rühlmannsche Formel, und die im übrigen auf Voraussetzungen beruht, die im allgemeinen ebensowenig erfüllt sind, wie die Voraussetzung aerostatischen Gleichgewichtes bei der Laplaceschen Differentialgleichung.

Das bisher übliche Verfahren, in dem Integrale der obigen Differentialgleichung für T einen mittleren Wert (arithmetisches Mittel der Lufttemperaturen am unteren und oberen Ende der Luftsäule) einzuführen und diesen Mittelwert dann wie eine Konstante vor das Integral zu setzen, ist nicht mehr am Platze, wenn während der Ballonfahrt an möglichst vielen Stellen die meteorologischen Elemente ermittelt worden sind. Man kann vielmehr in diesem Falle das Integral

$$\int T\frac{dp}{p}$$

mit großer Annäherung bestimmen und dies hat von selbst auf die jetzt allgemein angewendete sogenannte Staffelmethode geführt.

Die Ermittelung des Integrales

$$\frac{1}{h}\int_0^h T\,dh$$

als Mittelwert der Temperatur, wie sie neuerdings von einigen Autoren beliebt wird, erscheint nicht empfehlenswert, da hierdurch die Barometerformel unnötig beschwert wird.

Die übliche Staffelmethode ist aber, obwohl sie theoretisch wohl begründet ist, etwas umständlich und unvollkommen, da Rechenfehler, die an einzelnen Stellen vorkommen, sich durch die ganze Säule fortpflanzen.

Es liegt daher nahe, die Höhenunterschiede (auch als Temperaturintegrale zu bezeichnen) durch mechanische Quadratur, also auf graphischem Wege zu ermitteln, ein Verfahren, das hier besonders angebracht ist, weil es sich um die Integration einer Funktion handelt, die, obwohl ihr mathematischer Ausdruck nicht ermittelt werden kann, doch durch die angestellten Beobachtungen ihrem Verlaufe nach bekannt ist. Die graphischen Darstellungen, welche von Clapeyron eingeführt und in der Thermodynamik der Atmosphäre von namhaften Autoren, wie Hertz, v. Bezold, Prof. Schreiber u. a., mit nicht geringem Nutzen verwendet worden sind, um verwickelte Vorgänge darzustellen und zu erklären, lassen sich auch für die Methode der barometrischen Höhenmessung recht vorteilhaft verwenden. Hierfür kommen folgende Methoden in Frage:

1. Die beobachteten Luftdrucke werden, nachdem sie auf Normalschwere zurückgeführt worden sind, auf der X-Achse eines Koordinatensystems logarithmisch aufgetragen, indem man sie entweder auf einem Rechenschieber abgreift, oder noch einfacher, logarithmisch geteiltes Papier, wie es in England fabrikmäßig hergestellt wird, benutzt. Auf der Y-Achse werden die Celsiustemperaturen t aufgetragen. Die Barometerformel lautet dann, abgesehen von den Korrektionen wegen des Dampfgehaltes und der Variation der Schwerkraft,

$$h = 18400 \log\frac{p_1}{p_2} + F.$$

Das erste Glied rechterseits wird mit Hilfe irgendeiner Tafel der rohen Seehöhen berechnet. F ist die Fläche, welche zwischen der X-Achse und der aufgetragenen Kurve liegt und zwar ist

$$F = R\int_{\pi_1}^{\pi_2} t\,d\pi,$$

wenn mit π der $\log p$ bezeichnet wird. Die Fläche F ist mittels eines einfachen Planimeters zu bestimmen. Man kann hierbei die übliche Rechengenauigkeit (Seehöhen bis auf 1 m) mit Leichtigkeit erreichen.

Die Feuchtigkeit kann entweder dadurch berücksichtigt werden, daß man die von Guldberg-Mohn eingeführte virtuelle Temperatur aufträgt, oder besser, wenn man das sogenannte Feuchtigkeitsintegral

$$0{,}61 \int x\, dh\,,$$

wobei x das Mischungsverhältnis bedeutet, durch mechanische Integration, also am einfachsten mittels eines Planimeters berechnet.

2. Ein anderes Verfahren ergibt sich, wenn man sich die Aufgabe stellt, aus den vorhandenen Druck- und Temperaturbeobachtungen ohne jede Rechnung das Diagramm herzuleiten, welches die Temperatur als Funktion der Höhe darstellt. Konstruiert man eine Kurvenschar

$$y = e^{-\frac{x}{RT}}\,,$$

(e Basis der nat. Log.) wobei T zunächst einen Parameter (absolute Temperatur) bedeutet, so stellt diese Kurvenschar gleichzeitig alle Kurven

$$y = C e^{-\frac{x}{RT}}$$

dar, wenn man eine Vorrichtung so trifft, daß jene Kurvenschar parallel der X-Achse verschoben werden kann. Die Kurven werden zu diesem Zwecke auf Pauspapier gezeichnet und dieses ist auf einen Rahmen gespannt, der sich auf dem eigentlichen Zeichenbrette in der Richtung der Längskante (X-Achse) des Brettes verschieben läßt.

Auf letzterem werden parallel der X-Achse Linien (Isobaren) gezogen, so daß der Abstand jeder Parallele von der X-Achse gleich dem beobachteten Luftdrucke ist. Es werden also so viele Isobaren gezeichnet, als bei der Ballonfahrt Druckbeobachtungen angestellt worden sind.

Man geht nun von einem beliebigen Punkte der ersten Isobare aus und verschiebt den Rahmen mit der Kurvenschar so, daß eine der Kurven durch diesen Punkt hindurchgeht, und zwar diejenige, deren Parameter der zwischen dem Anfangspunkte der Luftsäule und dem darauf folgenden Punkte vorgefundenen Mitteltemperatur entspricht. Diese Kurve schneidet die nächste Isobare in einem Punkte, den man mit einer Nadel ansticht. Setzt man dieses Verfahren fort, so wickelt sich die Seehöhe auf der X-Achse ab und man hat dann nur noch die in jedem Punkte gefundenen Temperaturen als Ordinaten aufzutragen.

Man erhält also hier eine Druckkurve und eine Temperaturkurve, welche die Abhängigkeit jedes dieser beiden Elemente von der Seehöhe darstellen.

Die Fläche zwischen Druckkurve und X-Achse stellt den von Bezold in die Thermodynamik eingeführten „Wärmegehalt" dar.

3. Dieses Verfahren, das sich auf die potentiellen Lufttemperaturen (v. Helmholtz, v. Bezold) stützt, ist deshalb bemerkenswert, weil es die Möglichkeit zur Lösung der Aufgabe bietet, die barometrisch gemessenen Höhenunterschiede unter Berücksichtigung der Kondensationsvorgänge zu ermitteln.

In dem unter 1. benutzten Koordinatensystem (T und π) läßt sich leicht die Adiabate für trockene Luft (eventuell auch die übrigen Adiabaten des Trockenstadiums usw.) darstellen. Die Adiabate läßt sich auch in diesem Systeme, weil die Drucke logarithmisch aufgetragen sind, parallel der π-Achse verschieben, und man kann mit Hilfe der beschriebenen Zeichenvorrichtung durch jeden Punkt der Zeichenebene, der eine im Ballon angestellte Druck- und Temperaturbeobachtung darstellt, eine Adiabate hindurchlegen.

Diese schneidet auf der zum Anfangsdrucke gehörigen Ordinate die potentielle Temperatur ab und man kann ferner eine Kurve der potentiellen Temperaturen zeichnen, indem man parallel den beiden Achsen Hilfslinien legt.

Führt man die potentielle Temperatur in die Laplacesche Differentialgleichung ein, so erhält man durch Integration die folgende Barometerformel

$$h = \frac{T_1}{0{,}00993}\left\{1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{0{,}29}\right\} + F_1 + F_2\,.$$

Das erste Glied rechterseits stellt die sogenannte Guldberg-Mohnsche Höhenformel dar. Der numerische Betrag dieses Gliedes läßt sich ohne weitere Konstruktionslinien aus der Figur entnehmen, weil er auch in der Form

$$\frac{T_1 - T_1}{0{,}00993}$$

(T_1 potent. Temperatur) geschrieben werden kann. Die Restglieder F_1 und F_2 lassen sich durch mechanische Integration aus der Zeichnung entnehmen und erscheinen als Inhalt bezw. als statisches Moment einer Fläche, die durch die Kurve der potentiellen Temperaturen, durch die Ordinate, welche zum Anfangsdrucke π_0 gehört, und durch eine Parallele zur π-Achse im Abstande τ_1 begrenzt wird. Das Glied F_2 kann bei nicht zu großen Höhenunterschieden vernachlässigt werden.

(Eingegangen 9. Oktober 1907.)

F. Linke (Göttingen), Über die Arbeiten des Samoa-Observatoriums.

Die Anregung zur Gründung eines Geophysikalischen Observatoriums in Samoa reicht in die Zeit der Vorbereitungen zur Südpolarexpediton (1901/03) zurück und entsprang dem Bedürfnis, erdmagnetische Parallelregistrierungen aus dem Stillen Ozean zu haben. Der gleiche Wunsch lag für seismische Arbeiten vor. Das wieder erwachte Interesse an luftelektrischen Beobachtungen ließ es wünschenswert erscheinen, die neuen Meßmethoden an möglichst verschiedenen Orten zu erproben und von meteorologischer Seite wurden besonders Drachenexperimente für wünschenswert erklärt. Diese vier Punkte bilden das Arbeitsprogramm des Samoa-Observatoriums, das auf Betreiben der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen in Apia gegründet wurde. Das Kuratorium besteht aus H. Wagner (Vorsitz), E. Riecke, E. Wiechert und dem kaiserlichen Gouverneur von Samoa, Herrn Dr. Solf Exz.

Das Instrumentarium besteht aus den magnetischen Instrumenten nach Eschenhagen, 2 Horizontalpendeln nach Wiechert, luftelektrischen Apparaten nach Elster und Geitel, Benndorf, Gerdien, einer Drachenausrüstung nach Köppen usw.

Leiter des Observatoriums waren von 1902 bis 1904 O. Tetens, von 1905 bis 1907 F. Linke. Seit Anfang 1907 ist es G. Angenheister. Ferner ist angestellt ein Gehilfe und ein Sekretär; im Frühjahr 1908 wird voraussichtlich ein Assistent entsandt werden.

Das Observatorium befindet sich auf dem letzten Ausläufer der Korallen-Halbinsel Mulinuu bei Apia.

Die erdmagnetischen Registrierungen und Messungen gewannen eine besondere Bedeutung durch die gleichzeitige magnetische Vermessung des Stillen Ozeans durch die Carnegie-Institution, wobei das Samoa-Observatorium Basisstation für die Südsee wurde. — Auf den Samoa-Inseln wurde eine magnetische Vermessung durchgeführt.

Die seismischen Registrierungen sind von größter Wichtigkeit für die Entwicklung der Theorien über das Erdinnere geworden, weil — wie sich herausstellte — unfern Samoas ein wichtiger Erdbebenherd in der „Tongarinne" sich befindet, dessen Beben nach Durchquerung der Erde noch in dem ca. 180° entfernten Europa registriert werden. — Von Interesse sind die Aufzeichnungen der Naherdbeben, die einen Zusammenhang mit der vulkanischen Tätigkeit der Nachbarschaft aufweisen und jedenfalls auch mit den seismischen Vorgängen an den Küsten des Stillen Ozeans in Verbindung stehen. — Die Bildung neuer Vulkane in Samoa (1903 und 1905) wurde aufmerksam verfolgt.

Die luftelektrischen Beobachtungen machten noch erhebliche, durch Ungunst des Klimas hervorgerufene Schwierigkeiten. Immerhin konnte Potentialgefälle registriert, Radioaktivität und Leitfähigkeit der Luft inmitten des Ozeans auf der Ausreise von F. Linke 1904 gemessen werden.

Die meteorologischen Arbeiten gewannen großen praktischen Wert für das Schutzgebiet, wie überhaupt für die Südsee. Ein meteorologisches Netz von 30 Stationen wurde in Samoa eingerichtet, ein größeres über die gesamten Inseln zwischen Australien und Amerika südlich des Äquators ist im Entstehen begriffen. — Drachenaufstiege während der Passatzeit gaben wichtige Aufschlüsse über die Zustände höherer Luftschichten. In Zukunft sollen auch Ballons verwandt werden.

Die bisherigen Ergebnisse der Arbeiten werden demnächst in den Abhandlungen der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen veröffentlicht werden.

Die Mittel zur Aufrechterhaltung des Samoa-Observatoriums sind vom Preußischen Kultusministerium und vom Kolonialamt bis Ende des Etatjahres 1808/09 bewilligt, doch besteht die Aussicht, daß das Observatorium eine ständige Einrichtung wird.

(Eingegangen 26. September 1907.)

R. Börnstein (Wilmersdorf b. Berlin), Zur Geschichte der hundertteiligen Thermometerskala.

In Naturforscherkreisen wurde am 23. Mai dieses Jahres die 200. Wiederkehr des Geburtstages Karl von Linnés gefeiert, und bei dieser Gelegenheit erwähnte man auch das Verdienst, welches der berühmte Botaniker sich um die Förderung der wissenschaftlichen Thermometrie erworben hat. Da diese Leistung Linnés bisher wenigstens in Deutschland kaum bekannt war, schien es mir lohnend, dem Sachverhalt nachzugehen.

Man findet vielfach die Angabe, daß Celsius die hundertteilige Skala an seinen Thermometern angebracht habe, aber die Zahl 0 beim Siedepunkt und 100 beim Gefrierpunkt des Wassers, und daß alsdann durch Strömer der Skala die umgekehrte, heute noch gebräuchliche Teilung gegeben sei. So berichtet z. B. Poggendorff[1]) in einer kurzen Notiz, daß jene Umkehrung durch Strömer im Jahre 1750 geschehen sei. R. Wolff[2]) gibt an, daß

1) Poggendorff, Pogg. Ann. **157**, 352, 1876.
2) Rud. Wolff, Handbuch der Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie **2**, 339. Zürich, Friedr. Schultheß, 1870.

Celsius im Jahre 1742, „und zwar mutmaßlich auf Veranlassung von Karl von Linné", ein Quecksilberthermometer konstruiert habe, dessen Skala ursprünglich beim Siedepunkt 0, beim Gefrierpunkt 100° hatte, „während jetzt nach dem Vorschlage von Märten Strömer (1707 bis 1770) die beiden Fundamentalpunkte gerade umgekehrt bezeichnet werden". Hier wird also Linné zwar genannt, aber gerade als mutmaßlich beteiligt an der ursprünglichen Gestalt der Skala, während deren Umkehrung wiederum Strömer zugeschrieben wird.

Ebenso berichtete fast 100 Jahre früher J. H. van Swinden[1]), daß Strömer die Celsiussche Skala umgekehrt habe, und daß in Upsala seit 1750 diese neue Art des Thermometers in Gebrauch sei; man bezeichne es als das „schwedische", teilweise auch trotz der Änderung als das Celsiussche Thermometer.

Was nun diese in Upsala ausgeführten Beobachtungen betrifft, so hat dabei das ältere Celsiusthermometer (0 = Siedepunkt, 100 = Gefrierpunkt) nur wenige Jahre gedient, nämlich von 1744 bis 1750. Während sowohl Fahrenheit (1724) wie Réaumur (1730) Skalen vorschlugen, bei denen die höheren Temperaturen durch größere Zahlen ausgedrückt werden, bediente man sich in Upsala während der vierziger Jahre des 18. Jahrhunderts entgegengesetzt gerichteter Teilungen. Über die dortigen meteorologischen Beobachtungen des Jahres 1741 berichtet Celsius[2]), daß die niedrigste Temperatur des Jahres 120,1°, die höchste 10,0° betragen habe. Daß diese Zahlen der Ångströmschen Skala angehören, ergibt sich aus den Beobachtungen der folgenden Jahre, namentlich aus denjenigen von 1744[3]), welche in beiden Skalen angegeben werden, nämlich beispielsweise:

	Ångström-skala	Celsius-skala
Höchste Temperatur des Juni . . .	16,9°	75,4°
Niedrigste Temperatur des Juni . .	61,8	93,6
Höchste Temperatur des Februar .	66,0	94,6
Niedrigste Temperatur des Februar	107,0	113,9

Diese Beispiele zeigen, daß es sich nicht bloß um rechnungsmäßige Unterschiede handelt, sondern die beiden Beobachtungsreihen sind offenbar an zwei verschiedenen Thermometern gewonnen, welche nur mangelhaft übereinstimmten. Bei der Ångströmskala entsprechen 0 und 100 etwa den Zahlen 68 und 110 der Celsiusskala, deren Grade mehr als doppelt so viel Temperaturabstand haben als die Ångströmgrade. Die hier erwähnte Celsiusskala ist die ursprüngliche und hat, wie bei den Beobachtungen von 1747[1]) ausdrücklich erwähnt wird, 0 als Siede-, 100 als Gefrierpunkt.

Celsius starb 1744. Schon 1743 wird in Upsala als Beobachter der Observator Olav Peter Hiorter genannt, ebenso auch für die folgenden Jahre. Veröffentlicht wurden die Beobachtungen (Monatsextreme) zunächst durch diesen, diejenigen von 1747 durch Märten Strömer, von 1749 und 1750 durch Bengt Ferner. Dem letzteren entstammt wohl die Bemerkung, durch welche die im April 1750 bewirkte Änderung der Temperaturbeobachtungen mitgeteilt wird. Sie lautet[2]): „Das Thermometer des verstorbenen Professor Celsius hat 0 beim Siedepunkt des Wassers und 100 beim Gefrierpunkt; dasjenige des Herrn Professor Strömer dagegen hat 0 beim Gefrierpunkt und 100 beim Siedepunkt. Mit jenem wurde bis zum 12. April, mit diesem seither beobachtet, und man würde eine Skala auf die andere umgerechnet haben, wenn nicht Ungleichheiten zwischen den Beobachtungen des Herrn Observators und denjenigen des Herrn Professor Strömer beständen."

Die letzten Worte lassen wiederum erkennen, daß es sich hierbei nicht bloß um die veränderte Bezeichnung und Ablesung, also im wesentlichen nicht eine neue Skala handelt, sondern um die Ersetzung des bis zum 12. April 1750 benutzten Thermometers durch ein anderes Instrument, welches mit dem bisherigen recht mangelhaft übereinstimmte. Wie wichtig solche Übereinstimmung für die Brauchbarkeit der Thermometer sei, wußte man bereits[3]), und dem Verfasser der vorstehenden Notiz erschien die Erwähnung des neu in Gebrauch genommenen Instrumentes offenbar wichtiger, als ein Hinweis auf den Ursprung der neuen Skala. Denn die Erneuerung des Instrumentes bewirkte, daß die vorher und nachher gemachten Ablesungen nicht miteinander verglichen werden konnten, während das Umrechnen der alten auf die neue Skala sehr einfach gewesen wäre. Es wird ja auch nur Strömers Thermometer erwähnt, und nicht etwa eine Strö-

1) J. H. van Swinden, Dissertation sur la comparaison des thermomètres. Amsterdam 1778, S. 116. Im alphabetischen Verzeichnis des Buches befindet sich der Name Linné nicht.

2) Kongl. Svenska Vet. Akad. Handl. **3**, 12, 1742.

3) Ebenda **6**, 13, 1745.

1) Kongl. Svenska Vet. Akad. Handl. **11**, 269, 1750; **12**, 237, 1751 werden die Beobachtungen von 1748 geschildert (ohne Zahlen); **13**, 212, 1752 diejenigen von 1749 mitgeteilt.

2) Ebenda **14**, 253, 1753 bei den Beobachtungen von 1750; für die drei folgenden Jahre finden sich die Beobachtungen ebenda **15**, 173 und **16**, 64, 290.

3) Réaumur betitelt seine umfangreiche Arbeit von 1730 ausdrücklich: Règles pour construire des thermomètres, dont les degrés soient comparables (Mém. Acad. Année 1730, p. 452, Paris 1732) und ebenso im folgenden Jahre: Sur la construction der thermomètres, dont les degrés soient comparables (ebenda Année 1731, p. 250, Paris 1764).

mersche Skala. Kann also jene Bemerkung unbedenklich dahin gedeutet werden, daß sie den Übergang zu einem anderen Instrument kundtun sollte, so erscheint es andererseits wohl begreiflich, daß man darin nachher auch die Einführung einer neuen Skala glaubte finden zu sollen. Namentlich in späterer Zeit ist ja die Verwendung sorgfältig geprüfter Thermometer so allgemein geworden und erscheint so selbstverständlich, daß die Ersetzung eines in Gebrauch befindlichen Instrumentes durch ein neues keine wesentliche Störung der Beobachtungsreihe bedeutet und nicht gerade in allen Fällen erwähnt wird, während eine Veränderung der Skala jedenfalls vom Beobachter angegeben werden muß. Strömer hat im April 1750 ein neues Thermometer in Gebrauch genommen, dessen Skala von der bis dahin benutzten verschieden war. Die Mitteilung dieses Tatbestandes scheint dazu geführt zu haben, daß man Strömer für den Urheber der neuen Skala hielt.

Tatsächlich war er es nicht, wie folgende Angaben zeigen. Zunächst seien einige Stellen aus Briefen Linnés erwähnt, für deren liebenswürdige Mitteilung ich Herrn Professor Th. M. Fries in Upsala zu großem Dank verpflichtet bin. In einem an den Dozenten B. Frondin gerichteten Schreiben vom 26. Juni 1745 erwähnt Linné, daß er bei dem Stockholmer Instrumentenmacher Ekström ein Thermometer „für die Orangerie" bestellt habe. An P. Elvius schreibt er in einem undatierten, aber wahrscheinlich im September oder Oktober 1745 verfaßten Briefe: „In diesem Semester werde ich über den akademischen Garten eine Disputation herausgeben (gemeint ist Hortus Upsaliensis), aber kann die Grade nicht angeben, weil ich kein Thermometer besitze." Am 29. Oktober 1745 schreibt er demselben Elvius: „Gebe Gott, daß ich das Thermometer bekomme, bevor ich die Abhandlung über den Garten herausgebe, damit ich die Berechnungen machen kann. Punctum congelationis wird wohl 0? Und von da ab auf- und abwärts Zahlen, damit man sehen kann, wieviel Grad Wärme oder Kälte?" Endlich schreibt Linné an Sauvage am 30. Oktober 1758: „Ego primus fui, qui parare constitui thermometra nostra, ubi punctum congelationis 0 et gradus coquentis aquae 100, et hoc pro hybernaculis Horti." Ähnliches ist von Strömer nirgends behauptet worden. Vielmehr war laut Protokoll des Consistorium academicum majus vom 2. Dezember 1745 Strömer sogar anwesend (wie ebenfalls Herr Professor Fries mir mitzuteilen die Güte hatte), als Linné dem Konsistorium ein für die Orangerie verfertigtes Thermometer vorzeigte und man auf seinen Antrag beschloß, das Instrument zu kaufen.

Von gedruckten Beweisen für Linnés Anteil an der heutigen Gestalt der Thermometer kann zunächst eine Bemerkung angeführt werden, welche sich in der (bereits erwähnten) Disputation vom 16. Dezember 1745 über den Botanischen Garten von Upsala[1]) findet. Dort wird Vorgeschichte und Beschreibung des Gartens gegeben, und bei Schilderung des Warmhauses gesagt, das Thermometer steige vermöge der Heizung oft bis 30°, gewöhnlich käme es nicht über 20 bis 25° und im Winter nicht unter 15°. Eine Anmerkung sagt dazu: „Thermometrum nostrum est 0 in puncto congelationis et numerat 100 ad gradus aquae coquentis."

Ferner findet sich eine ganz ähnliche Bemerkung in der 1751 von Linné[2]) herausgegebenen Philosophia Botanica, nämlich S. 276: „Thermometrum botanicum erit nostrum, cujus punctum congelationis 0, calor vero aquae coquentis 100."

Erwähnung verdient endlich noch die Zeichnung, welche als Titelblatt zu Linnés großem Foliowerk: Hortus Cliffortianus (1737[3])) erschienen ist und außer Pflanzen, allegorischen Figuren usw., zwei Kindergestalten mit Gartengeräten zeigt. Neben Gießkanne und Spaten ist dort auch ein Thermometer dargestellt, es wird von einem Kinde gehalten, dessen andere Hand ausdrücklich auf das Instrument hinweist, ist ganz unverhältnismäßig groß gezeichnet und hat auf der deutlich erkennbaren Skala in der Mitte einen Nullpunkt (allerdings nicht mit 0, sondern mit 1 bezeichnet), von welchem nach oben und nach unten je eine bis 100 fortgeführte Teilung ausgeht. Es gleicht also die untere Hälfte der alten Celsiusskala, und die obere Hälfte der heute üblichen, und die Zeichnung kann freilich nicht als Beweis dafür dienen, daß Linné die eine oder andere dieser Skalen vorgezogen habe. Wohl aber läßt sie erkennen, daß er bereits früh sich mit dem Thermometer eingehend beschäftigt hat, und daß er durch

1) Hortus Upsaliensis, quem cum consensu ampliss. facult. medicae, in regio ad Salam Lyceo, sub praesidio viri celeberrimi, D:ni Doct. Caroli Linnaei, med. et botan. profess. reg. etc., speciminis academici loco publicae disquisitioni subjicit Samuel Naucler, Olavi filius, Helsingus, in Audit Carol. Maj. ad D. XVI Decemb. Anni MDCCXLV. Horis ante meridiem solitis. Upsaliae.

2) Caroli Linnaei Archiatr. Reg. Medic. et Botan. Profess. Upsal. etc. Philosophia Botanica in qua explicantur fundamenta botanica cum definitionibus partium, exemplis terminorum, observationibus rariorum, adjectis figuris aeneis. Cum Privilegio. Stockholmiae apud Godofr. Kiesewetter, 1751.

3) Hortus Cliffortianus plantas exhibens quas in hortis tam vivis quam siccis, Hartecampi in Hollandia, coluit vir nobilissimus et generosissimus Georgius Clifford juris utriusque doctor, reductis varietatibus ad species, speciebus ad genera, generibus ad classes, adjectis locis plantarum natalibus differentiisque specierum. Cum tabulis aeneis. Auctore Carolo Linnaeo. Med. doct. et Ac. Imp. N. C. Soc. Amstelaedami 1737.

die augenscheinliche Hervorhebung des Instrumentes auf die Wichtigkeit der Temperaturmessungen für botanische und gärtnerische Zwecke hinweisen wollte.

Das Ergebnis der vorstehenden Betrachtung darf dahin ausgesprochen werden: Die „Umkehrung" der hundertteiligen Thermometerskala ist nicht, wie mehrfach behauptet wurde, 1750 von Strömer angegeben, sondern erheblich früher von Linné.

(Eingegangen 5. Oktober 1907.)

E. Herrmann (Altona), Über tatsächliche vieltägige Perioden des Luftdruckes.

Sehen wir von den Passaten und Monsunen ab, so werden die veränderlichen Vorgänge der Atmosphäre im allgemeinen noch als Folgen einer ziemlich regellosen Schar von Zyklonen und Antizyklonen angesehen. Alle Veränderungen in der Atmosphäre, die nicht einer jährlichen oder täglichen Periode entsprechen, werden als unperiodische bezeichnet.

Allerdings sind schon über ein Jahrzehnt von vereinzelten Stellen Anstrengungen gemacht worden, das scheinbare Chaos der atmosphärischen Erscheinungen in Gesetzmäßigkeiten aufzulösen.

Vor allen sind in dieser Richtung zu nennen die ausgezeichneten Arbeiten von Margules[1]) und die äußerst aufklärenden neueren Abhandlungen von Felix Exner[2]), ferner die von Ekholm. Ebenso sind hierher zu rechnen die Veröffentlichungen von Möller, Jäger, Lockyer u. a. über die Beziehungen des Mondes zur Witterung. Hanns Ausführungen in seinen Abhandlungen: Die Anomalien der Witterung auf Island in dem Zeitraum 1851 bis 1900 und deren Beziehungen zu den gleichzeitigen Witterungsanomalien in Nordwesteuropa[3]), Shaws Abhandlung „The pulse of the atmospheric circulation[4]) und die Arbeiten von Pettersson, Meinardus u. a. weisen ebenfalls darauf hin, daß weitere allgemeine Vorgänge als die immerhin nur ein begrenztes Gebiet bedeckenden Zyklonen und Antizyklonen als Faktoren in den Witterungsvorgängen auftreten. Auch meine eigenen Bemühungen, eine klärende Einsicht in die so verworren erscheinenden Phänomen der Atmosphäre zu gewinnen, sind nicht neu.[5])

Um die Gesetzmäßigkeiten der atmosphärischen Vorgänge zu ergründen, stehen uns nun zwei Wege offen. Der eine ist der, aus den physikalischen Verhältnissen der Atmosphäre oder einzelner Teile derselben die Vorgänge zu erklären und darauf weitere Schlüsse zu bauen, der zweite, aus den tatsächlichen Vorgängen etwaige Regelmäßigkeiten abzuleiten. Ich habe versucht, den letzteren zu beschreiten und zwar zunächst, weil mir derselbe voraussetzungsloser erschien und weil der mathematische Apparat doch nicht ausreicht, um das Problem in seiner Allgemeinheit unter Berücksichtigung aller Verhältnisse auf der Erde zu lösen. Jedenfalls können alle mathematisch-physikalischen Ableitungen in dieser Richtung nur unter vereinfachenden Voraussetzungen, die in Wirklichkeit für die Atmosphäre nicht erfüllt sind, durchgeführt werden; dann ist es schließlich nicht zu übersehen, in welchem Grade jene Vereinfachungen das Resultat der Ableitungen gegen die Wirklichkeit beeinflussen und abändern. Zudem ist es nicht ausgeschlossen, daß in den Grundlagen für die mathematischen Rechnungen etwa entgegen der Annahme doch mitwirkende Kräfte unberücksichtigt geblieben sind. Jedenfalls kann aber keineswegs ein Gegensatz zwischen den Ergebnissen dieser beiden Untersuchungsmethoden bei ihrer richtigen Durchführung entstehen, denn niemals können die Erscheinungen den feststehenden physikalischen Gesetzen zuwider verlaufen. Im Gegenteil, wenn erst gewisse Gesetzmäßigkeiten aus den tatsächlichen atmosphärischen Vorgängen festgestellt sind, dann wird die physikalische und mathematische Betrachtung derselben uns allein den vollständigen Aufschluß über die Witterungsvorgänge geben können; bis dahin wird sie, wie die Untersuchungen von Margules uns wohl wertvolle Gesichtspunkte eröffnen, ohne jedoch die Lösung des allgemeinen Problems selbst unmittelbar herbeizuführen.

Als Ausgangspunkt für die Forschung nach gesetzmäßigen Veränderungen in der Atmosphäre kann allein der Luftdruck dienen, denn alle anderen meteorologischen Elemente, wie Temperatur, Bewölkung und Niederschläge, werden hierbei als sekundäre Erscheinungen anzusehen sein und ihre ziffernmäßigen Werte sind auch teils nicht so präzis, teils nicht von so allgemeiner Bedeutung, wie es der Barometerstand ist.

Daß die Auflösung der atmosphärischen Vorgänge in Zyklonen und Antizyklonen als Luftwirbel die Entwicklung der Meteorologie auf einen toten Punkt geführt zu haben scheint, ist bereits von mehreren Seiten geäußert worden. Daß solche Wirbel in den unteren Schichten der Atmosphäre nicht existieren, ist allgemein anerkannt. Die wirkliche Existenz von großen Luftwirbeln, die in höheren Schichten der Atmosphäre von einer allgemeinen Luftströmung

1) Wien. Sitzber., Abt. IIa, **99**, **101** u. **102**.
2) Wien. Sitzber. Abt. IIa, **115** u. **116**.
3) Meteor. Zeitschr. 1905.
4) Nature **73**, 1905.
5) Verh. d. Vers. D. Nat. u. Ärzte, Wien 1894, Globus **70**, 1896, Wetterprognosen für den Ozean und ihre Bedeutung für die Schiffahrt. Ein Beitrag zur Wettervorhersage auf längere Zeit voraus, Hamburg 1904, Eckardt & Messtorff.

fortgetragen werden, ist durch keine Tatsachen bewiesen und daher durchaus hypothetisch. Daher wird es ratsam sein, an die Betrachtung der Luftdruckverhältnisse ohne die bereits voreinnehmende und spezialisierende Annahme von der Existenz großer Luftwirbel heranzutreten und damit auch den Minima und Maxima des Luftdruckes keine besonders wirksame Rolle in den Luftdruckerscheinungen beizumessen. Denn, wo immer irgendwelche Werte über eine Fläche ungleichmäßig ausgebreitet sind, werden Gebiete niedrigerer Werte mit einem Minimum und Gebiete höherer Werte mit einem Maximum sich zeigen. Das Umkreisen der Minima und Maxima durch die Winde ist nur eine Folge der allgemeinen mechanischen Beziehungen zwischen Luftdruck und Wind. Winde und Luftdruck stellen darnach nur eine Erscheinung dar und bei dem Suchen nach Gesetzmäßigkeiten in der Veränderung dieser Erscheinung können wir uns daher auf den Luftdruck allein beschränken.

Aber noch ein anderes meteorologisches Bild werden wir verwischen müssen, wollen wir den Gesetzen der Veränderungen in der Atmosphäre nachforschen. Dies sind die Maury-schen Zonen der Luftdruckverteilung und die sich ihnen anschließende Ferrelsche Luftzirkulation. Verfolgen Sie die synoptischen Wetterkarten für den Nordatlantischen Ozean und die anliegenden Kontinente[1]), so werden Sie recht häufig ganz andere Luftdruckverteilungen finden, als sie den Maury-schen Zonen entsprechen würden. Zuweilen tritt überhaupt keine zonale Druckverteilung auf diesem Gebiete hervor, in anderen häufigeren Fällen liegt dort eine Zone niedrigen Luftdruckes, wo die Karten nach Maury eine Zone hohen Luftdruckes zeigen und umgekehrt. Die Maury-schen Zonen sind eben Zonen der Mittelwerte des Luftdruckes; eine reale Existenz in den täglichen Wetterkarten kann ihnen wohl nicht zugesprochen werden.

Dies vorausgeschickt, möchte ich nun bitten mit mir zu erwägen, was wir nun wirklich in den Luftdruckkarten erblicken, und zwar, wie es natürlich geboten erscheint, in den ein möglichst großes Gebiet umfassenden Luftdruckkarten, d. i. in den bereits erwähnten synoptischen Karten für den Nordatlantischen Ozean und die anliegenden Kontinente. Welches Gebiet diese Karten etwa umfassen, ersehen Sie aus der kleinen Karte in der linken unteren Ecke der großen Luftdruckkarten. Verfolgen Sie eine größere Reihe dieser Karten, wozu heute freilich die Gelegenheit fehlt, so werden Sie am häufigsten im großen und ganzen zonale, wenn auch nicht den Breitenkreisen genau parallele Verteilungen des Luftdruckes finden. Diese Verteilung erfährt aber, wie schon bemerkt, in bezug auf Ausdehnung und Lage der Zonen die größten Veränderungen. Daraus ergibt sich, daß allgemeine Schwankungen des Luftdruckes bestehen, die als pol- und äquatorwärts fortschreitende Wellen oder als stehende Schwingungen angesehen werden können. Andererseits kann man bei aufmerksamer Betrachtung jener Karten bemerken, daß auch in westöstlicher Richtung eine Aufeinanderfolge analoger Erscheinungen in gleichen Intervallen besteht, d. h. daß die Gebiete niedrigeren und höheren Luftdruckes in einer oder in mehreren untereinander verschiedenen Reihen mit für jede Reihe für sich gleichen Entfernungen auftreten. Diese Erscheinungen verschieben sich in der Richtung gegen Osten und zwar mit für die verschiedenen Reihen verschiedenen Geschwindigkeiten. Wir können diese Erscheinungen also als von West nach Ost fortschreitende Wellen auffassen. Auch werden hierbei stehende Schwingungen mit auch polwärts verlaufenden Knotenlinien der Luftdruckwerte nicht von vornherein außer Betracht gelassen werden dürfen.

Ein Beispiel der wellenartigen Folge der Erscheinungen in westöstlicher Richtung bietet die große Karte der Luftdruckverteilung für den 11. Februar 1901. Die rote Linie möge einen Schnitt durch die Luftdruckverteilung andeuten. Die Kreuze bezeichnen den Ort der Maxima und Minima des Luftdruckes in diesem Schnitt. Die gleichbleibende Entfernung vom ersten Maximum bis zum nächsten Minimum, von diesem Minimum bis zum folgenden Maximum, wieder von diesem Maximum bis zum östlichen Minimum ist deutlich zu ersehen. Dabei ist noch zu bemerken, daß diese Entfernung 2900 km beträgt, d. i. $^1/_8$ eines Breitenkreises in 55° Breite, welche Breite etwa der mittleren Breite der Schnittlinie entspricht. Die Länge der ganzen Welle beträgt also $^1/_4$ dieses Breitenkreises, d. h. sie geht in dem Umfang der Erde in dieser Breite ganz auf, wie es die wellenartige Natur verlangt.

Eine weitere Forderung dieser Auffassung der atmosphärischen Vorgänge als wellen- und schwingungsartige Erscheinungen ist eine gewisse ähnliche Gestaltung der Gebiete hohen und niedrigen Luftdruckes. Auch diese Forderungen erfüllen die synoptischen Wetterkarten, wie sich auch in dem Beispiel vom 11. Febr. 1901 zeigt, in dem die Gebiete mit Barometerständen über 760 mm rot, die unter 760 mm blau angelegt sind. Daß dies nun auch für weniger regelmäßig gestaltete Wetterkarten mit weniger intensiven Erscheinungen gilt, ist aus

1) Herausgegeben von dem Dänischen Meteorologischen Institut und der Deutschen Seewarte.

der kleinen angefügten Wetterkarte vom 18. Juni 1887 zu ersehen.

Die hier dargelegte Auffassung der atmosphärischen Vorgänge verlangt ferner eine gewisse Gleichmäßigkeit in dem Fortschreiten der Minima des Luftdruckes. Daß eine solche Gleichmäßigkeit besteht, darauf habe ich bereits im Jahre 1893 in der Meteorologischen Zeitschrift (S. 5) hingewiesen, d. i. zu einer Zeit, wo mir der hier vorgetragene Gedankengang noch gänzlich fern lag. Die Bahnenkarten der barometrischen Minima in den Jahrgängen VI bis X der von der Seewarte herausgegebenen Vierteljahrs-Wetter-Rundschau für den Nordatlantischen Ozean weisen durchweg diese Gleichmäßigkeit auf. Ekholm dürfte daher nicht im Recht sein, wenn er in neuester Zeit nur den Steige- und Fallgebieten des Luftdruckes diese Gleichmäßigkeit des Fortschreitens zuschreibt. Im übrigen entspricht diese Gleichmäßigkeit in bezug auf die Steige- und Fallgebiete auch nur der wellenartigen Natur der atmosphärischen Vorgänge, da die Differenzen der periodischen Funktion natürlich ebenfalls periodisch und in analoger Art sich ändern müssen wie die Funktion selbst. Durch die Differenzenbildung für kürzere Zeiträume werden nur die Veränderungen von längerer Periode gegenüber denen von kürzerer Periode unterdrückt; so weisen denn in der Tat auch Ekholms Differenzenkarten auf Perioden von zwei bis drei Tagen hin.

Durch mehrere verschieden schnell fortschreitender Wellensysteme und durch stehende Schwingungen findet die veränderliche Gestaltung der täglichen Luftdruckverteilung in jeder Richtung ihre Erklärung. Die eigenartige Reziprozität, die in bezug auf Lage und Form die Hochdruckgebiete zu den Gebieten niedrigen Luftdruckes in den täglichen synoptischen Karten zeigen, dürfte kaum anders zu begründen sein. Zudem dürfte diese Auffassung physikalisch die allgemeinste Lösung enthalten, wie ja auch Margules gezeigt hat, um so mehr, da sich nachweisen läßt, daß selbst auf einer homogenen Erdoberfläche bei Temperaturunterschieden zwischen Äquator und Pol im allgemeinen kein stationärer Zustand bestehen kann.[1]) Exner gelangt auf Grund seiner Rechnungen ebenfalls zu vieltägigen Perioden des Luftdruckes, zunächst allerdings nur auf einem begrenzten Gebiete.

Wir werden jedoch nicht annehmen dürfen, daß diese Wellen oder Schwingungen unbedingt um den geographischen Pol symmetrisch sich anordnen. Im Gegenteil weisen die tatsächlichen Vorgänge darauf hin, daß auch die meteorologischen Breitenkreise von den geographischen abweichen, wie es auch für die erdmagnetischen Breiten und Meridiane der Fall ist. Dabei erscheint es keineswegs von vornherein unbedingt notwendig, daß die meteorologischen Breitenkreise in diesem Sinne mit den Isobaren der Luftdruckmittel zusammenfallen. Bedenken wir aber, daß über dem nordamerikanischen Festlande die durchschnittliche Bahnrichtung der barometrischen Minima sehr nahe von West nach Ost verläuft, diese Bahnrichtung aber über dem Nordatlantischen Ozean und noch weiter östlich immer mehr nach Norden abbiegt, so können wir darin eine erste Andeutung über die Lage der meteorologischen Breitenkreise finden. Diese Lage scheint darauf hinzuweisen, daß ein meteorologischer Pol eine ähnlich wie der erdmagnetische von dem geographischen abweichende Lage hat. Zu dem gleichen Ergebnis führte mich auch die Konstruktion von Karten, in die für das Gebiet der großen synoptischen Wetterkarten die höheren Differenzen der Luftdruckwerte für gleiche zeitliche Intervalle für die einzelnen Orte eingetragen wurden.

Diese bisherigen Betrachtungen geben uns aber nur eine Vorstellung über die Art der allgemeinen atmosphärischen Vorgänge. Die weitere und für die Entwickelung der meteorologischen Erkenntnis in bezug auf die Vorgänge wesentliche Aufgabe wird nun die Feststellung der zahlenmäßigen Größenverhältnisse sein. Am nächstliegendsten wäre es, die Luftdruckverteilung längs eines Breitenschnittes durch die täglichen synoptischen Karten zu analysieren, da ja hier die Längen der das Gesamtbild zusammensetzenden Einzelwellen in dem Umfang eines Breitenkreises ganz aufgehen müssen, also gegeben sind. Versuche dieser Art sind jedoch gescheitert und müssen daran scheitern, daß die meteorologischen Breitenkreise nicht mit den geographischen Breitenkreisen überall zusammenfallen. Die Lage der meteorologischen Breitenkreise in diesem Sinne ist uns aber eben noch unbekannt.

So werden wir zunächst darauf angewiesen sein, die zeitlichen Perioden des Luftdruckes und seiner Verteilung aufzusuchen, eine Aufgabe, die ihre erste Schwierigkeit darin findet, daß zunächst über die Länge dieser Perioden außer der der jahreszeitlichen nichts bekannt ist. Ich habe mich bereits seit langer Zeit bemüht, auf verschiedene Weise Anhaltspunkte für die Dauer der Perioden zu gewinnen, teils durch Vergleich der Wetterkarten, teils durch vergleichenden Verfolg längerer Reihen von Karten erster und höherer Differenzen des Luftdruckes, teils durch eine Methode, wie sie auch in den Isoplethen angewendet wird. Die Er-

1) Verh. D. Nat. u. Ärzte 1894 zu Wien. Herrmann: Über die Bewegungen, insbesondere die Wellen des Luftmeeres.

gebnisse dieser ohne jede Voraussetzung unternommenen Versuche wiesen immer und immer wieder auf bestimmte zeitliche Perioden hin. Wie wenig ich anfänglich geneigt war, diese Perioden anzuerkennen, so traten diese Perioden doch so deutlich und beständig hervor, daß ich mich entschließen mußte, dieselben weiter zu verfolgen. Ich möchte mich nun beehren, Ihnen zunächst die letzten Ergebnisse dieser meiner Untersuchungen vorzuführen.

In den Diagrammen *A, B, C, D* ist der Gang des Luftdruckes von Tag zu Tag für vier bestimmte Zeitabschnitte und für vier voneinander ziemlich weit entfernte europäische Stationen Deerness im Norden Schottlands, Bodö bei den Lofoten, Nantes und Neufahrwasser dargestellt. Die Ordinaten der Kurven stellen die Summen der Barometerstände am Morgentermin der Tage dar, die um die Zeit der angenommenen Periode auseinanderliegen in ganzen Millimetern und zwar bei *A, B, C* für einen über etwa zwei (1892/93 und 1896/97), bei *D* für einen über 4 Jahre (1896 bis 1899) sich erstreckenden Zeitraum. Um ein klareres Bild der längeren Perioden zu erhalten, sind die kürzeren Schwankungen durch eine erste Ausgleichung unterdrückt worden. Die Kurven lassen also den Gang des Luftdruckes innerhalb dieser Perioden erkennen. Dabei fällt zunächst ein Parallelismus der Kurven für alle vier Stationen auf. Sehr vielfach sehen wir auch die verschiedenen Maxima und Minima auf denselben Tag fallen. Daraus ist zu schließen, daß in den gewählten Perioden Vorgänge sich abspielen, die das ganze Gebiet, dem die vier Stationen angehören, in gleicher Weise und zu gleicher Zeit betreffen. Die mehrfachen Extreme zeigen ferner, daß in der Gesamtperiode kürzere Perioden enthalten sind, deren Länge in der Länge der Gesamtperiode aufgeht. Neben dem gleichen Verlauf der Kurven treten auch Abweichungen auf. Diese bestehen zunächst in der geringeren Schwankung der beiden südlicher gelegenen Stationen im Vergleich mit den beiden nördlicheren. Auch die anderen Abweichungen in den Kurven, die jedoch den allgemeineren Parallelismus nicht zu verdecken vermögen, erscheinen systematisch. Sie werden bemerken, daß diese meist in ziemlich gleicher Weise entweder zwischen den nördlichen und südlichen, oder zwischen den westlichen und östlichen Stationen auftreten. Der Parallelismus sämtlicher Kurven einer Gruppe führt zu der Deutung, daß in den Kurven vor allem stehende Schwingungen zum Ausdruck kommen; die zeitlichen Abweichungen zeigen sowohl in nord-südlicher Richtung als auch in westöstlicher Richtung fortschreitende Wellen an. Ich habe mich nun natürlich nicht darauf beschränkt, die Kurven jeder Gruppe *A, B, C* nur für einen zweijährigen Zeitraum zu entwerfen, sondern dies für je vier aufeinanderfolgende Zeiträume ausgeführt. Da zeigt sich denn, daß jene Parallelismen innerhalb jeder Gruppe stets auftreten, daß aber die Kurven für die verschiedenen Zeiträume verschieden ausfallen, wie es die beiden Kurvengruppen A_1 und A_2 für die Jahre 1892/93 und 1896/97 zeigen. Dieser Umstand zeigt aber nichts anderes, als daß mehrere Perioden von annähernd gleicher Länge bestehen, die nach zwei Jahren eine Phasenverschiebung gegeneinander erfahren haben und daher in ihrer Summe ein anderes Bild geben müssen.

Das kann bei der Art der Perioden nicht überraschen, denn, ich darf nicht länger zögern, es zu sagen, die Perioden der Kurven *A, B, C* sind Mondperioden; *D* erstreckt sich über 91 Tage, d. i. annähernd ein Vierteljahr, stellt also eine Sonnenperiode dar, in der jedoch auch andere Perioden enthalten sein mögen. Die Kurve *A* gilt für einen Zeitraum von $59 = 2 \times 29{,}5$ Tage, die Kurve *B* für $55 = 2 \times 27{,}5$ Tage und die Kurve *C* für $51 = 2 \times 25{,}5$ Tage. Sind diese Perioden aber wirklich durch die Mondstellung bedingt, dann werden in der Tat, wie oben erwähnt, mehrere nur wenig voneinander verschiedene Perioden im Luftdruck auftreten. So würde in dem Zeitraum von 55 Tagen, die tropische Umlaufzeit von 27,3, die anomalistische von 27,6 und vielleicht auch die drakonitische von 27,2 Tagen enthalten sein.

Was nun aber die Zeiträume von 59 und von 51 Tagen anbetrifft, so dürften sie, wenn die Mondperioden von annähernd 27,5 Tagen als primär angesehen werden, den Einfluß der Jahreszeit auf diese Perioden, oder was dasselbe ist, die Kombinationswellen oder -schwingungen von Mondwellen und Jahreswelle darstellen. Denn nehmen wir an, der Koeffizient einer Sinuswelle der Mondperiode enthalte selbst den Sinus einer Jahresperiode, so kann das Produkt dieser beiden Sinus, wie bekannt, in die Summe zweier Sinus aufgelöst werden von Perioden, die der Summe und der Differenz der Schwingungszahlen der beiden ersteren entsprechen, d. i. eben in Kombinationswellen. Diese Kombinationen geben dann Perioden von annähernd 29,5 und 25,5 Tagen. Unter diesen Perioden von 29,5 Tagen befindet sich auch die synodische Umlaufzeit des Mondes, die naturgemäß aus der Kombination der siderischen Umlaufzeit, die der tropischen fast gleich ist, und der Sonnenperiode, d. i. dem Jahre entsteht. Die anderen Kombinationswellen von 25,5 tägiger Perioden stimmen in bemerkenswerter Weise mit der Sonnenrotation (wenn man will, also auch mit einer dieser entsprechenden Sonnenfleckenperiode) überein. Demnach können die Ergebnisse aller Untersuchungen, die den Ein-

fluß dieser Periode auf das Wetter nachweisen, auch als eine Bestätigung der hier anders gedeuteten Periode angesehen werden.

Wir dürfen indes keineswegs annehmen, daß sowohl die Jahres- als die Mondperioden des Luftdruckes lediglich durch einfache Sinuswellen von diesen Perioden dargestellt werden können, sondern müssen erwarten, daß Oberschwingungen von kürzerer Dauer und deren Kombinationswellen auftreten, wie es auch die dargestellten Kurven zeigen. Die Analogie mit den Gezeiten weist ja schon auf Perioden von der halben Länge der Umlaufzeiten hin. In dieser Richtung ist bemerkenswert das auffällige Hervortreten einer Periode von ein Drittel des Zeitraumes von 59 Tagen, also von 19,7 Tagen in den Kurven *A* für die Jahre 1896—97. Perioden von annähernd 19,7 Tagen entsprechen Kombinationswellen von $^1/_8$ Jahr und halben Mondumläufen oder von $^1/_{32}$ Jahr und ganzen Mondumläufen. Diese Periode fällt also auch ganz in das dargelegte System.

Nach allem diesen können wir den hier betrachteten Veränderungen des Luftdruckes noch eine allgemeinere Auffassung geben. Denken wir uns den Luftdruck wenigstens zum Teil als eine Funktion der Phasen des Umlaufes der Erde um die Sonne, d. i. des Jahres, und der Mondumläufe, so können wir diese Funktion in das Produkt Fourierscher Reihen entwickeln, von denen jede Reihe die Phase nur eines der Umläufe als Argument enthält. Die Auflösung der Produkte in Summen von Sinusgliedern gibt dann die verschiedenen Kombinationswellen, so daß also das Problem in der Tat nichts über die Art und Größe des Einflusses jener Faktoren voraussetzt. Dabei sei bemerkt, daß selbst Kombinationen nur zweier Glieder von niederer Ordnung dieser Fourierschen Reihen bereits Perioden über Jahresdauer ergeben.

Um die Größe der Schwankungen innerhalb der besprochenen Zeiträume augenfälliger zu machen, habe ich in den Diagrammen Pfeile zwischen den größten Extremen jeder einzelnen Kurve ziehen und den Quotient der Differenzen der entsprechenden Werte und der Anzahl der sie bildenden Summanden daneben setzen lassen. Dies gibt einen Anhaltspunkt dafür, welche Schwankungen innerhalb der einzelnen Zeiträume den darin enthaltenen Perioden entsprechen. Es zeigt sich, daß dies keineswegs zu vernachlässigende Größen, nämlich bis zu 11 mm, sind.

Bei früheren Bemühungen im Auffinden von Perioden in der Luftdruckverteilung war ich auf eine vieljährige Periode gestoßen, die ich einer Luftdruckprognose für den Nordatlantischen Ozean auf einen Monat voraus[1]) glaubte zugrunde legen zu können. Erst später habe ich bemerkt, daß auch diese Periode Sonnen- und Mondperioden entspricht. In den beiden Tafeln sind die um jenen Zeitraum auseinanderliegenden Luftdruckverteilungen für zwei ganz verschiedene Wetterlagen nebeneinander gestellt. Die vorhandenen Abweichungen werden noch geringer erscheinen, wenn man die eine Seite der Tafeln als Zwischenlagen der einander auf der anderen Seite folgender Karten ansieht. Vor kurzem ist mir auch eine Abhandlung von Herrn Prof. Dr. J. Schneider in Darmstadt „Über den Einfluß des Mondes auf die Windkomponenten zu Hamburg" bekannt geworden, die jedoch noch nicht veröffentlicht ist. Herr Prof. Dr. J. Schneider hat mir gütigst gestattet, dieser seiner Arbeit hier bereits Erwähnung tun zu dürfen. Er kommt dabei zu dem bemerkenswerten Schluß: Bei zweckmäßiger Übereinanderlagerung der beiden monatlichen Komponentenänderungen könnte der Mond sogar innerhalb vier Wochen fast die Hälfte der Variation bewirken, welche die Sonne im Laufe eines Jahres herbeizuführen imstande ist.

Wie nun ein Mondeinfluß auf die Luftdruckverteilung und damit auf die Winde zustande kommt, das wird erst entschieden werden können, wenn dereinst vielleicht der mathematische Apparat eine weitere Entwickelung gefunden haben wird. Es scheinen zwei Möglichkeiten für einen solchen Einfluß zu bestehen. Die eine ist, daß die verschiedenen Stellungen des Mondes Verschiebungen in den Niveauflächen bewirken, die bei der großen Ausdehnung der Erde und dem tatsächlich auch sehr geringfügigen Gefälle der Luftdruckverteilung auf der Erdoberfläche durchaus Druckdifferenzen von bemerkenswerter Größenordnung zur Folge haben können. Nachdem neuerdings der Mondeinfluß selbst auf den starren Erdkörper nachgewiesen ist, wird man sich der Möglichkeit eines solchen auf das leicht bewegliche Luftmeer wohl kaum mehr entziehen können. Die zweite Erklärung könnte darin gefunden werden, daß von den Eigenschwingungen und -wellen der Atmosphäre die mit Mondperioden zu sammenfallenden oder in ihnen aufgehenden besonders zur Entwickelung gebracht werden. Wie dem aber auch sein mag, die hier von mir dargelegten Tatbestände dürften eine Handhabe bieten, gewisse Perioden der Wetterlagen aus dem scheinbaren Chaos auszuscheiden; dann dürfte es leichter sein, auch die Gesetzmäßigkeiten etwa von jenen unbeeinflußter, rein terrestrischer Vorgänge zu ergründen.

1) „Hansa", Deutsche Nautische Zeitschrift 1902 bis 1904.

Wie schon bemerkt, kann für diese Untersuchungen in erster Linie nur der Luftdruck praktisch in Frage kommen. Die einzuschlagenden Wege sind zum Teil durch die Methoden der Gezeitenlehre gegeben, teils für die vorliegenden Verhältnisse neu zu gestalten. Unter anderem ist es unschwer, aus den Konstanten der harmonischen Analyse des Luftdruckes für verschiedene Zeiträume die verschiedenen Wellen von nur annähernd gleichen Perioden zu trennen. Die für diese Rechnungen erforderliche Arbeitszeit machte es mir bisher nicht möglich, Ergebnisse in dieser Richtung bereits hier vorzulegen.

(Eingegangen 10. Oktober 1907.)

M. Grübler (Dresden), Neue Elastizitäts- und Festigkeitsversuche.

Der Vortragende beschreibt eine Vorrichtung, um hohlkreiszylindrische Scheiben durch Schubspannungen allein zu beanspruchen. Die Scheibe wird an ihrer inneren kreiszylindrischen Begrenzungsfläche mit einem festgehaltenen gußeisernen Zylinder und an der äußeren mit einem beweglichen eisernen Rahmen verkittet; letzterer wird durch ein Kräftepaar gedreht. Die Deformation besteht dann in einer Bewegung aller Scheibenpunkte auf Kreisen, und ist sehr einfach mathematisch darstellbar.

Bezeichnet τ die Tangential- oder Schubspannung im Abstande r von der gemeinsamen Achse, und M das Moment des deformierenden Kräftepaares, ferner h die unveränderliche Höhe der Scheibe, so ist nach eintretendem Gleichgewicht

$$M = 2\pi h r^2 \tau.$$

Hieraus berechnet sich die sog. Schub- oder Scherfestigkeit des Materiales, wenn das Moment gemessen wird, mit welchem die Zerstörung des Materiales beginnt.

Bezeichnet ferner $\mathfrak{H}$ den sog. Schubelastizitätsmodul ($\mathfrak{H} = \frac{m}{2(m+1)} \cdot E$, worin E den Elastizitätsmodul des Materiales und m die Poissonssche Konstante ist), so erhält man als Ausdruck für die relative Verschiebung zweier ursprünglich in einem Radius gelegener Scheibenpunkte, deren Abstände von der Achse r und r_1 sind,

$$v = \frac{M}{2\pi h}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right).$$

Diese hat der Vortragende mittels einer verhältnismäßig einfachen Vorrichtung (Übertragung der Bewegung in die Scheibe gekitteter Stiftchen auf Zeiger im Verhältnis von 1 : 200) an vier verschiedenen Stellen gemessen.

Als Material für die Scheiben wurde Zementmörtel aus 1 Teil Zement und 3 Teilen Normalsand verwendet und die Scheiben in der für Probekörper üblichen Weise hergestellt. Die Scheiben haben etwa 100 Tage im Wasser gelegen und wurden dann sofort verwendet. Leider zeigten sie sich nicht genügend gleichartig, so daß die Versuchsergebnisse für dieses Material nicht als abgeschlossen betrachtet werden können. Im Mittel ergab sich

$$\mathfrak{H} = 15\,000 \text{ at}$$

und als Schubfestigkeit

$$\tau_s \geq 33{,}0 \text{ at}.$$

Die Methode zur Ermittelung von $\mathfrak{H}$ läßt sich bei jedem anderen Material anwenden und ermöglicht, bei bekanntem E die Konstante m zu berechnen.

(Eingegangen 15. Oktober 1907.)

BESPRECHUNGEN.

G. Benischke, Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. 2. erweiterte Auflage von „Magnetismus und Elektrizität mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Praxis". gr. 8. XIV u. 580 S. mit 489 Abbildungen. Berlin, Jul. Springer. 1907. M. 12.—, gebunden M. 13,20

Der außerordentliche Aufschwung, den die ausführende Elektrotechnik in den letzten Jahren genommen hat, hat es leider mit sich gebracht, daß viele Ingenieure den wissenschaftlichen Fortschritten nicht in genügendem Maße gefolgt sind, um sich die Ergebnisse der Forschung anzueignen und sie zu verwerten. Es ist daher stets zu begrüßen, wenn von berufener Seite die Feder ergriffen wird und in zusammenhängender Darstellung die wissenschaftlichen Grundlagen des Faches besprochen werden. Man wird an ein solches Buch die Anforderung stellen müssen, daß es die gesicherten Ergebnisse der Forschung, sowohl experimentelle wie theoretische, in klarer Form dem modernsten Standpunkte entsprechend bringt, daß es die Begriffe, mit denen in der Praxis operiert wird, aus dieser Anschauung heraus herleitet und scharf präzisiert, daß es ferner Erscheinungen, die dem Praktiker schwer verständlich sind, weil sie außerhalb seines gewöhnlichen Bildungsrahmens liegen, anschaulich und doch strenge erklärt, und schließlich daß es Fragen, die jeder Ingenieur beantworten kann, weil er sich dauernd mit ihnen beschäf-

tigen muß, nur kurz erwähnt, wo es der Zusammenhang erfordert.

Das vorliegende Werk wird diesen Anforderungen leider nur zum geringen Teile gerecht, obgleich eine große Menge von Material darin zusammengetragen ist. Anstatt die heute allgemein anerkannte Nahewirkungstheorie der Elektrizität und des Magnetismus zugrunde zu legen, geht der Verfasser von dem Coulombschen und Biot-Savartschen Fernwirkungsgesetz aus. Der Potentialbegriff wird öfter angewandt, dagegen die Maxwellsche Theorie nicht einmal erwähnt. Dementsprechend werden die bekannten Ausdrücke für die Kapazität allein im Raum befindlicher Körper, sowie für die Selbstinduktion eines Einzeldrahtes, also eines ungeschlossenen Stromkreises, angeführt, die in Wirklichkeit nur mit allergrößter Vorsicht gebraucht werden dürfen, wenn man mit den physikalischen Vorgängen in Übereinstimmung bleiben will. Gerade hier wäre es am Platze gewesen, eine strenge Darstellung für die Selbstinduktion gestreckter Leiter zu geben, statt dessen begnügt sich der Verfasser mit der einfachen Angabe zum Teil sehr zweifelhafter Formeln, ohne jede Herleitung. Die völlige Negierung der Maxwellschen Theorie zeigt sich besonders deutlich bei der Erklärung des Wesens der drahtlosen Telegraphie, wo der Verfasser glaubt, mit der alleinigen Berücksichtigung der magnetischen Kraftlinien auszukommen, während doch gerade die elektromagnetische Wellenstrahlung das Wesentliche ist.

Für den Zweck des Buches viel zu breit sind die Wechselstromerscheinungen und die Verhältnisse an Transformatoren behandelt, das muß Spezialwerken überlassen werden. Dagegen wäre es an der Zeit, eine allgemein richtige Formel für das Induktionsgesetz in bewegten Körpern endlich auch in die technische Literatur einzuführen. Die Erklärung des tönenden Lichtbogens und der ungedämpften Schwingungen zeichnet sich durch nichts als durch Einfachheit aus.

Anmerkungen wie D.R.P. des Verfassers sollten in einem wissenschaftlichen Buche vermieden werden. Wer als Nichtfachmann das Werk durchblättert, kann überhaupt leicht zu der Meinung kommen, daß die wissenschaftlichen Leistungen zum größten Teile von Herrn Benischke stammten, da er in mehr als dem dritten Teile aller Fußnoten nur sich selbst zitiert.

Zu begrüßen ist es, daß auch den Erscheinungen der Elektrizitätsleitung in Gasen, die in technischen Kreisen noch fast ganz unbekannt sind, obgleich gerade sie einen tiefen Einblick in den Mechanismus der Elektrizität gewähren, einige Abschnitte gewidmet sind. Vielleicht könnten in einer späteren Auflage die neuesten Forschungsergebnisse über den Lichtbogen etwas eingehender wiedergegeben werden. Auch einige Abschnitte über Strahlung, sowohl elektrische wie auch Lichtstrahlung, würden einer Neuauflage sehr zum Vorteile gereichen. Dabei dürfte sich der Verfasser aber, dem Titel des Buches entsprechend, nicht nur auf die Wiedergabe von Schlußformeln und allgemeinen Sätzen beschränken, sondern diese müßten wirklich hergeleitet und dem Verständnis dadurch nahegebracht werden, was in dem vorliegenden Werke verschiedentlich versäumt ist. R. Rüdenberg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Friedrich Bidlingmaier für Geophysik, an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. M. Winkelmann für theoretische Mechanik, an der Technischen Hochschule Aachen Dr. A. Bernoulli für Physik.

Ernannt: An der Universität Göttingen zum a. o. Professor mit einem Lehrauftrag für Versicherungsmathematik Professor Dr. Felix Bernstein (bisher in Halle), der Oberingenieur Ewald Rasch zum ständigen Mitarbeiter beim Kgl. Materialprüfungsamt der Techn. Hochschule Berlin-Gr. Lichterfelde, der Privatdozent für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Berlin Stadtelektriker Dr. Kallmann zum a. o. Professor.

Berufen: Der Privatdozent der Chemie an der Universität Straßburg Dr. H. Staudinger als a. o. Professor an die Technische Hochschule Karlsruhe.

Zum Vertreter der Universität Göttingen im Preuß. Herrenhause wurde der ordentliche Professor der Mathematik, Geh. Reg.-Rat Dr. phil. et Dr. Ing. Felix Klein gewählt.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Mathematik an der böhmischen Technischen Hochschule in Prag Hofrat Dr. Gabriel Blazek.

Gestorben: Der Mathematiker und Astronom Beverley in Dunedin (New Zealand).

Gesuche.

An der **Königl. Technischen Hochschule Danzig** ist die Stelle eines

Assistenten

für den **mathematischen** Unterricht **zu besetzen.** Bewerbungen nimmt Geh. Reg.-Rat Professor Dr. **O. Mangoldt, Danzig-Langfuhr,** Hermannshöfer Weg 8, entgegen.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Emil Bose in Oliva bei Danzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.